BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

AGENCEMENT DE L'ENVIRONNEMENT ARCHITECTURAL

Session 2015

U31 - MATHÉMATIQUES

Durée : 2 h - Coefficient 2

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Le sujet est composé de 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé.

Exercice 1 : *Questionnaire à Choix Multiples (6 points)*

Pour chacune des questions du tableau page 3, trois propositions de réponse sont données, dont une seule est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Pour chacune des questions, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie sur la copie. Aucune justification n'est attendue.

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = (-x^2 + 4)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$.

On donne les deux documents suivants, qu'on pourra utiliser si besoin pour répondre.

Document 1 : Capture d'écran d'un logiciel de calcul formel

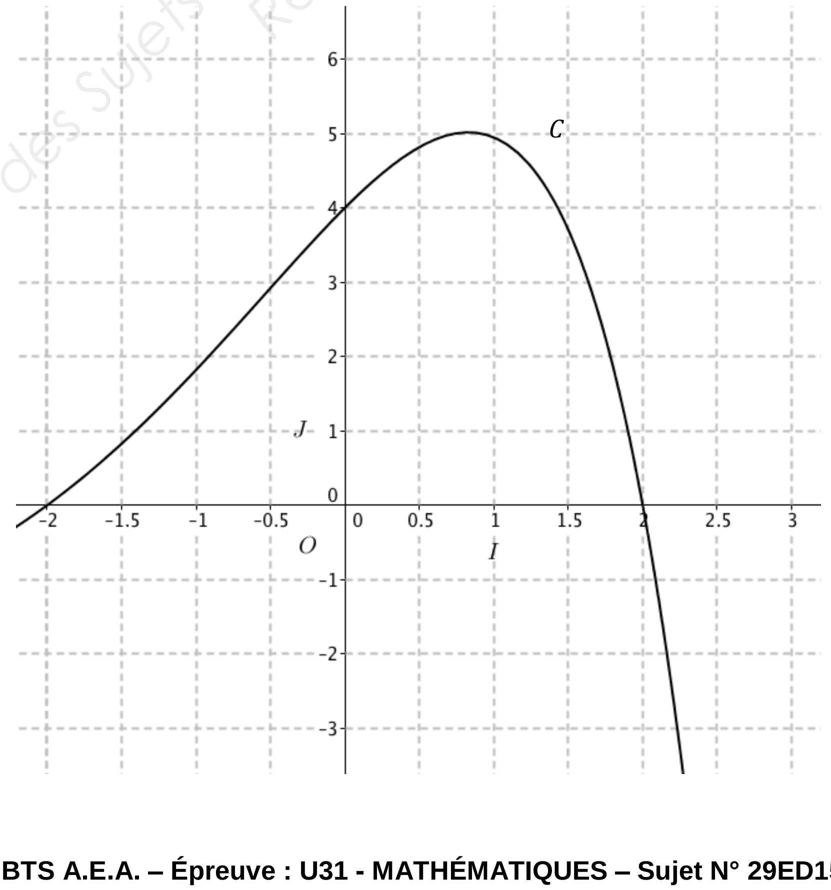
CALCULATEUR DE DÉRIVÉE

Calculer

Fonction : $(-x^2+4)e^{0.5x}$

Dérivée : $-2xe^{0.5x} + 0.5(-x^2+4)e^{0.5x}$

Document 2 : Courbe représentative C de la fonction f (dans un repère orthogonal, avec les unités suivantes : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée)



Question	Proposition a	Proposition b	Proposition c
1) L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est :	$S = \{4\}$	$S = \{-10; -2; 2\}$	$S = \{-2; 2\}$
2) La fonction dérivée de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) =$	$(-2x^2 + 8x - 8)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$	$\left(-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2\right)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$	$(-x^2 - 2x + 4)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$
3) Le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 vaut :	2	-2	$\frac{1}{2}$
4) La fonction f est solution de l'équation différentielle suivante, où y est une fonction inconnue, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée y' :	$-2y' + y = 0$	$2y' - y = -4x\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$	$y' + 2y = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$
5) L'aire, en cm^2, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe C, les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$, vaut :	8	16	25
6) L'intégrale $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ vaut :	8	16	25

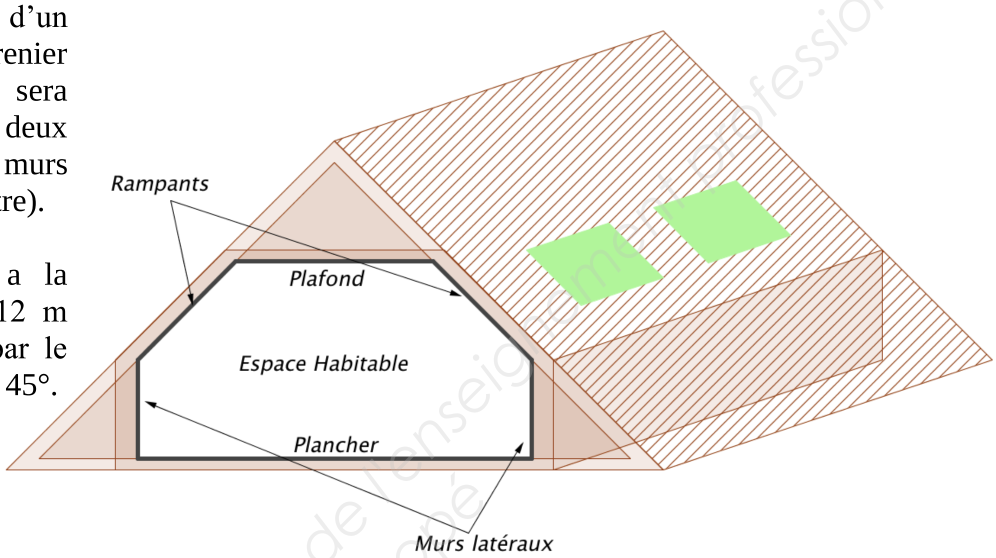
Exercice 2 *(14 points)*

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : aménagement d'un espace habitable

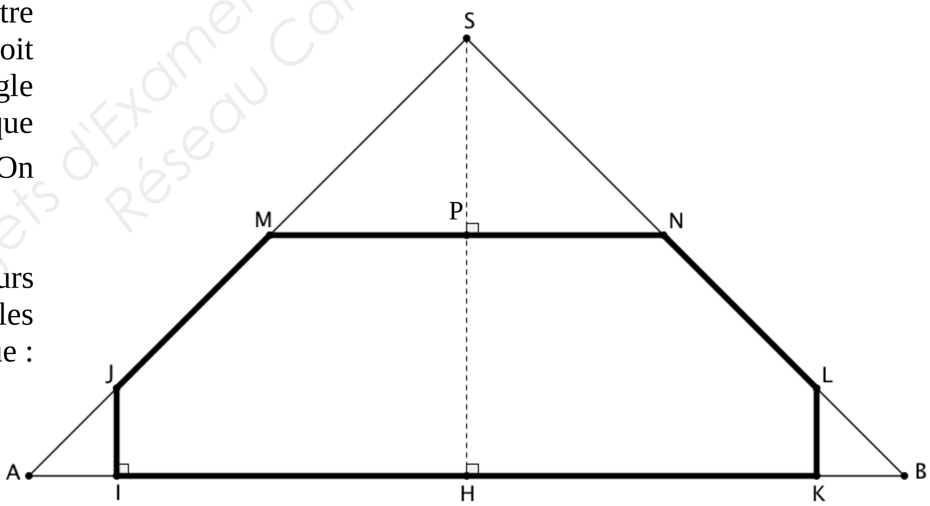
On s'intéresse à la création d'un espace habitable dans le grenier d'une maison. Cet espace sera délimité par un plafond, deux rampants de toiture et deux murs latéraux (voir figure ci-contre).

Le plancher du grenier a la forme d'un rectangle de 12 m sur 8 m. L'angle formé par le plancher et le toit est égal à 45°.



L'intérieur du grenier peut être modélisé par un prisme droit dont la base est un triangle isocèle SAB isocèle en S tel que AB = 8 m et $\widehat{SAB}$ = 45°. On note H le milieu de [AB].

Les extrémités des deux murs latéraux sont modélisés par les segments [IJ] et [KL] tels que : IJ = KL = 80 cm
(voir figure ci-contre).



1. a) Déterminer la longueur SH exprimée en mètres (m).

   b) En déduire l'aire du triangle SAB en m^2.
   On rappelle que l'aire d'un triangle est donnée par la formule :
   $$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$$
   où b désigne la longueur de la base, et h la longueur de la hauteur correspondante.

2. Déterminer l'aire du triangle AIJ en m^2.

On souhaite que le plafond de l'espace habitable soit à 2,20 m du plancher. On a donc PH = 2,20 m où P est le milieu de [MN].

3. a) Déterminer la longueur MN en mètres.
   b) Établir que l'aire du polygone IJMNLK est égale à 12,12 m^2.

On rappelle que le plancher du grenier a la forme d'un rectangle de 12 m sur 8 m.

4. Un radiateur du type choisi par le propriétaire permet de chauffer un volume de 50 m^3. Déterminer le nombre de radiateurs que doit prévoir le propriétaire pour chauffer l'espace habitable créé.

5. Le propriétaire souhaite peindre tous les murs verticaux, les rampants et le plafond de l'espace habitable. Déterminer l'aire de la surface à peindre exprimée en mètres carrés, et en donner la valeur arrondie à l'unité.

Partie B : production de planches de bois

Dans le cadre de l'aménagement d'espaces habitables, un architecte d'intérieur est amené à utiliser des planches de bois en guise d'étagères pour lesquelles le critère de la longueur est essentiel. L'architecte décide de faire appel à une entreprise pour la fabrication de ces planches.

1. L'entreprise lui donne le choix entre deux lots de 250 planches chacun : le lot A et le lot B. On obtient les séries statistiques suivantes définies par effectif :

Lot A

Longueur de la planche (en cm)	79,7	79,8	79,9	80	80,1	80,2	80,3	80,4	80,5	80,6	80,7
Nombre de planches	2	5	10	20	60	63	42	28	13	5	2

Lot B

Longueur de la planche (en cm)	79,7	79,8	79,9	80	80,1	80,2	80,3	80,4	80,5	80,6	80,7
Nombre de planches	6	13	13	13	44	60	41	36	14	7	3

   a) À l'aide de la calculatrice, déterminer la moyenne et l'écart type de chacune des deux séries statistiques. On arrondira les valeurs au millième.

   b) L'architecte souhaite, pour une même longueur moyenne, privilégier le lot de planches le plus homogène. Quel lot doit-il choisir à partir des résultats obtenus précédemment ? Pourquoi ?

Une planche est jugée conforme par l'entreprise si sa longueur en cm est dans l'intervalle $I = [79{,}9 ; 80{,}5]$.

2. Calculer le pourcentage de planches conformes dans le lot A.

3. On s'intéresse désormais à l'ensemble des planches produites par l'entreprise dans une journée. On note X la variable aléatoire qui, à toute planche prélevée au hasard dans cette production, associe sa longueur en cm. On admet que X suit la loi normale de moyenne $m = 80{,}2$ et d'écart type $\sigma = 0{,}17$.

   a) Déterminer un nombre décimal h tel que $P(80{,}2 - h \leq X \leq 80{,}2 + h) \approx 0{,}95$ (à 10^{-2} près). Interpréter ce résultat en termes de production de planches.

   b) On extrait au hasard une planche de la production. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que la planche soit conforme.

4. On suppose que la probabilité qu'une planche extraite au hasard de la production soit non conforme est égale à 0,08.

   L'aménagement d'espaces habitables nécessite 250 planches. L'entreprise prélève au hasard un lot de 250 planches dans la production, suffisamment grande pour que ce prélèvement puisse être assimilé à un prélèvement avec remise. On appelle Y la variable aléatoire, qui à tout prélèvement de 250 planches, associe le nombre de planches non conformes.

   a) Quelle loi suit la variable aléatoire Y ? Quels en sont ses paramètres ?

   b) Déterminer l'espérance de la variable aléatoire Y. Interpréter le résultat en termes de planches non conformes.

   c) L'architecte d'intérieur souhaite que le lot de 250 planches contienne au plus 5 planches non conformes.
   Déterminer la probabilité qu'un lot de 250 planches contienne au plus 5 planches non conformes. On donnera la valeur arrondie au millième.