

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION DE 2000

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : S

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 4 heures — COEFFICIENT : 7

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

*Le candidat doit traiter les DEUX exercices et le problème.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Le formulaire officiel de mathématiques,
prévu par l'arrêté du 27 mars 1991, est joint au sujet.*

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

Une entreprise confie à une société de sondage par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits. Chaque enquêteur a une liste de personnes à contacter.

Lors du premier appel téléphonique, la probabilité pour que le correspondant soit absent est 0,4. Sachant que le correspondant est présent, la probabilité pour qu'il accepte de répondre au questionnaire est 0,2.

1. On note :

- A_1 l'événement « la personne est absente lors du premier appel » ;
- R_1 l'événement « la personne accepte de répondre au questionnaire lors du premier appel ».

Quelle est la probabilité de R_1 ?

2. Lorsqu'une personne est absente lors du premier appel, on lui téléphone une seconde fois, à une heure différente, et, alors, la probabilité pour qu'elle soit absente est 0,3. Et, sachant qu'elle est présente lors du second appel, la probabilité pour qu'elle accepte de répondre au questionnaire est encore 0,2.

Si une personne est absente lors du second appel, on ne tente plus de la contacter.

On note :

- A_2 l'événement « la personne est absente lors du second appel » ;
- R_2 l'événement « la personne accepte de répondre au questionnaire lors du second appel » ;
- R l'événement « la personne accepte de répondre au questionnaire ».

Montrer que la probabilité de R est 0,176. (On pourra utiliser un arbre.)

3. Sachant qu'une personne a accepté de répondre au questionnaire, quelle est la probabilité pour que la réponse ait eu lieu lors du premier appel ?

4. On suppose que les sondages auprès des personnes d'une même liste sont indépendants.

Un enquêteur a une liste de 20 personnes à contacter.

Quelle est la probabilité pour qu'une au moins des 20 personnes de la liste accepte de répondre au questionnaire ?

EXERCICE 2 (5 points)

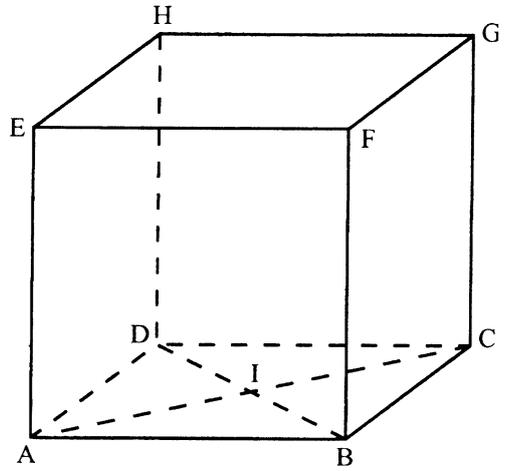
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

L'espace est muni d'un repère orthonormal direct.

ABCDEFGH est le cube représenté ci-contre. Son arête a pour longueur 1, le centre de la face ABCD est le point I.

Aucune figure n'est demandée sur la copie.



1. a) Déterminer $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}$.
b) En déduire l'ensemble \mathcal{G} des points M de l'espace tels que : $(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}) \wedge \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.
c) Déterminer l'ensemble \mathcal{F} des points M de l'espace tels que : $(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}) \cdot \overrightarrow{BM} = 0$.

2. On appelle P le barycentre du système $\{(A, 2); (C, -1)\}$.
a) Montrer que P est le symétrique de C par rapport à A.
b) Soit \mathcal{G} l'ensemble des points M de l'espace tels que :
$$\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|.$$
Déterminer l'ensemble \mathcal{G} .
Montrer que le point A appartient à l'ensemble \mathcal{G} .
c) Soit \mathcal{H} l'ensemble des points M de l'espace tels que :
$$\|8\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|.$$
Déterminer l'ensemble \mathcal{H} .

Tournez la page S.V.P.

PROBLÈME (11 points)

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

L'unité graphique est 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (2 + \cos x) e^{1-x}$.

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $f(x) > 0$.
2. a) Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos x + \sin x$.
b) En déduire que, pour tout x de \mathbb{R} : $2 + \cos x + \sin x > 0$.
c) Montrer que f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .
3. a) Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $e^{1-x} \leq f(x) \leq 3e^{1-x}$.
b) En déduire les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
c) Interpréter géométriquement le résultat obtenu lors du calcul de la limite de f en $+\infty$.
4. a) Montrer que, sur l'intervalle $[0 ; \pi]$, l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique α .
b) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .
5. Représenter la courbe \mathcal{C} sur $[0 ; 4]$.

Partie B :

On veut calculer l'aire, \mathcal{A} , exprimée en unités d'aire, du domaine limité par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

1. Montrer que : $\mathcal{A} = 2e - 2 + \int_0^1 \cos t e^{1-t} dt$.
2. On pose : $I = \int_0^1 \cos t e^{1-t} dt$ et $J = \int_0^1 \sin t e^{1-t} dt$.
a) À l'aide de deux intégrations par parties, montrer que : $I = -\cos 1 + e - J$ et $J = -\sin 1 + I$.
b) En déduire la valeur de I .
3. Déterminer la valeur exacte de \mathcal{A} en unités d'aire, puis donner une valeur approchée de \mathcal{A} à 10^{-2} près par défaut.

Partie C :

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = -1 - \frac{\sin x}{2 + \cos x}$.

1. a) Montrer que la fonction h admet des primitives sur \mathbb{R} .
b) Calculer la primitive H de la fonction h , qui prend en 0 la valeur $(1 + \ln 3)$.
2. a) Déterminer $\ln(f(x))$ pour tout x de \mathbb{R} .
b) Étudier le sens de variation de la fonction H .
c) Déterminer le tableau de variations de H .
3. On appelle Γ la courbe représentative de la fonction définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto 1 - x + \ln(2 + \cos x)$. (On ne demande pas de représenter Γ). On appelle Δ la droite d'équation $y = -x + 1$.
a) Étudier la position relative de Γ et de Δ .
b) Déterminer les abscisses des points communs à Γ et Δ .
4. a) Établir une équation de la tangente T à Γ au point d'abscisse 0.
b) Étudier la position relative de Γ et T .
5. Montrer que la courbe Γ est contenue dans une bande du plan limitée par deux droites parallèles dont on donnera des équations.