

Brevet de technicien supérieur session 13 mai 2019

Étude et réalisation d'agencement

Exercice 1 Étude Acoustique d'un local

10 points

Un agence ur trouve que l'acoustique de son espace de travail est désagréable. Il suppose que cela provient d'un problème de réverbération et décide d'en étudier l'acoustique afin de la corriger. Il dispose pour cela d'un certain nombre de données :

Document 1 : Informations sur la salle			
Son espace de travail est un espace ouvert composé d'une salle rectangulaire de largeur 6 m, de longueur 10 m. La hauteur sous plafond est de 3 m.			
Document 2 : Réglementation : NF S31-080 « Bureaux et espaces associés »			
Les temps de réverbération T_R (exprimés en secondes) à respecter dans les locaux			
	Niveau « courant »	Niveau « performant »	Niveau « très performant »
Bureaux individuels	-	$T_R \leq 0,7$ s	$T_R \leq 0,6$ s
Bureaux collectifs	$T_R \leq 0,6$ s	$T_R \leq 0,6$ s	$T_R \leq 0,5$ s
Espaces ouverts vol. < 250 m ³	$T_R \leq 0,8$	$0,6 < T_R < 0,8$ s	$T_R \leq 0,6$ s
Espaces ouverts vol. > 250 m ³	$T_R < 1,2$ s	$T_R \leq 1$ s	$T_R \leq 0,8$ s
Le temps de réverbération T_R (en seconde) est la durée nécessaire pour que le niveau sonore dans une pièce décroisse de 60 dB après extinction de la source. Cette valeur de 60 dB équivaut à une impression de disparition du son.			
Document 3 : Formule de Sabine			
$T_R = 0,16 \frac{V}{A}$			
où T_R est le temps de réverbération (en seconde), V est le volume de la salle en m ³ , et A la surface équivalente d'absorption de la salle en m ²			

Partie A. Détermination expérimentale du temps de réverbération avant correction

On a mesuré la décroissance du niveau sonore dans cette salle et obtenu les résultats suivants :

Temps (x_i) en secondes	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Niveau sonore (y_i) en dB	65	57	52	41	36	28	21

1. À l'aide de la calculatrice,
 - a. déterminer le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique à deux variables. Un ajustement linéaire vous semble-t-il approprié? Justifier.
 - b. donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. (Les résultats seront arrondis à 10^{-3})
2. En supposant que la décroissance du niveau sonore se poursuive de manière analogue dans le temps, calculer l'instant T_0 correspondant à un niveau sonore de 5 dB. (On justifiera et on arrondira le résultat au centième.)
3. Justifier que le temps de réverbération T_R de la salle est approximativement égal à T_0 .

Partie B. Calcul de la surface équivalente d'absorption avant correction

1. Calculer le volume V de la salle.
2. On admet que le temps de réverbération T_R de la salle est de 0,81 secondes. La réglementation est-elle respectée? (On justifiera à l'aide des documents.)
3. En déduire la valeur A de la surface équivalente d'absorption de la salle avant correction acoustique arrondie au m^2 .

Partie C. Détermination théorique du temps de réverbération après correction

Wallace Clément Sabine (1868-1919) a établi que, lorsqu'on suppose le champ acoustique idéalement diffus, l'énergie réverbérée, notée Y (exprimée en $W.m^2$) est uniforme en tout point de l'espace, à un instant t donné en seconde et est donc solution de l'équation différentielle suivante :

$$Vy' + \frac{cA}{4}y = 0$$

avec :

- V le volume de la salle en m^3 ,
- c la célérité du son, qui vaut $c \approx 343m.s^{-1}$ pour une température de $20^\circ C$.
- A la surface équivalente d'absorption de la salle.

Dans cette partie, après correction acoustique, la valeur de A , calculée à partir des coefficients de Sabine des matériaux envisagés, est estimée à $50 m^2$.

1. Montrer que l'énergie réverbérée est solution de l'équation différentielle (E_0) :

$$y' + 23,8y = 0.$$

2. Résoudre l'équation (E_0) dans $[0; +\infty[$.
3. Déterminer la solution f de l'équation (E_0) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 104$.
4. On admet que le temps de réverbération après correction acoustique est solution de l'équation $f(T_R) = 1,6 \times 10^{-2}$ (ce qui correspond à une énergie réverbérée quasi nulle). Résoudre cette équation et conclure par rapport au confort acoustique obtenu.

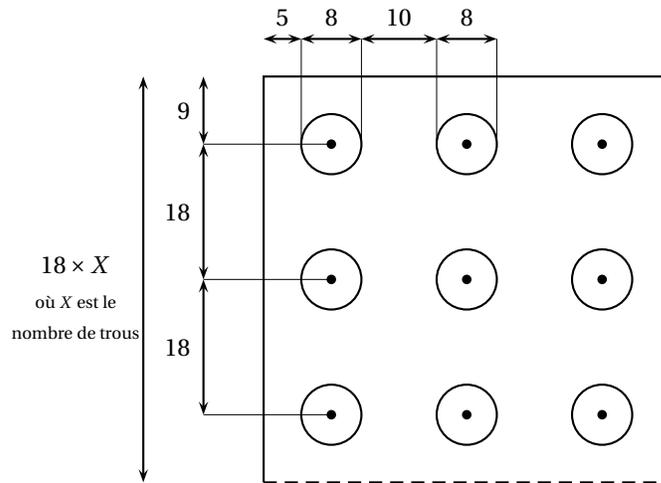
Exercice 2 : Correction acoustique à l'aide de plaques perforées**10 points**

On décide d'améliorer l'acoustique du local précédent par la pose de plaques en MDF perforées et, pour des raisons esthétiques et techniques, on choisit un modèle carré de côté 900 mm, perforé de manière régulière par des trous circulaires de 8 mm de diamètre. Dans ce qui suit, les résultats approchés seront arrondis à 10^{-2} .

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées séparément.

Partie A. Calcul du pourcentage de perforation

Chaque plaque est composée d'une planche de MDF, percée régulièrement de trous de 8 mm de diamètre, espacés chacun de 10 mm selon le schéma ci-dessous.



Calculer le pourcentage de perforation du type de plaques choisi, c'est à dire le rapport (exprimé en pourcentage) entre la surface de vide générée par le perçage et la surface totale de départ.

Partie B. Probabilité conditionnelle

Le stock de plaques du fournisseur choisi provient de deux usines différentes : l'usine A et l'usine B. L'usine A a fourni 70 % du stock tandis que l'usine B a fourni les 30 % restants.

On estime que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production de l'usine A soit conforme est égale à $p_1 = 0,973$ et que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production de l'usine B soit conforme est égale à $p_2 = 0,894$.

On prélève au hasard une plaque dans le stock du fournisseur.

Toutes les plaques ont la même probabilité d'être choisie.

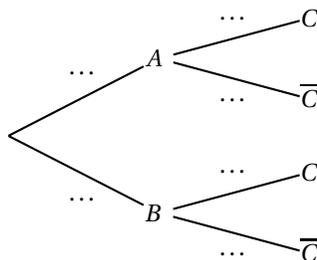
On définit les évènements suivants :

- A : « la plaque provient de l'usine A »
- B : « la plaque provient de l'usine B »
- C : « la plaque est conforme »

1. À l'aide du sujet, déterminer les probabilités $P(A)$, $P(B)$, $P_A(C)$ et $P_B(C)$.

(On rappelle que $P_A(C)$ désigne la probabilité de l'évènement C sachant que l'évènement A est réalisé.)

2. Déterminer les probabilités $P(A \cap C)$ et $P(B \cap C)$. On justifiera à l'aide d'une formule ou d'une des représentations suivantes, en la recopiant le cas échéant :



	C	\bar{C}	Total
A			
B			
Total			

3. En déduire la probabilité que la plaque prélevée soit conforme.

4. Quelle est la probabilité qu'une pièce non conforme provienne de l'usine A?

Partie C. Loi binomiale

Dans le stock du fournisseur, on prélève au hasard les 20 plaques nécessaires à la correction acoustique de la salle. Le stock est suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 20 produits.

On note S l'évènement : « une plaque prélevée au hasard dans cette livraison n'est pas conforme ».

On admet que $P(S) = 0,05$.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 20 plaques, associe le nombre de plaques non conformes dans ce lot.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,05$.
2. Calculer $P(X = 0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte.
3. Traduire en notation mathématique la probabilité que, dans un tel lot, il y ait au plus 2 plaques non conformes et calculer cette probabilité.
4. Calculer $E(X)$. Interpréter ce résultat dans le contexte.