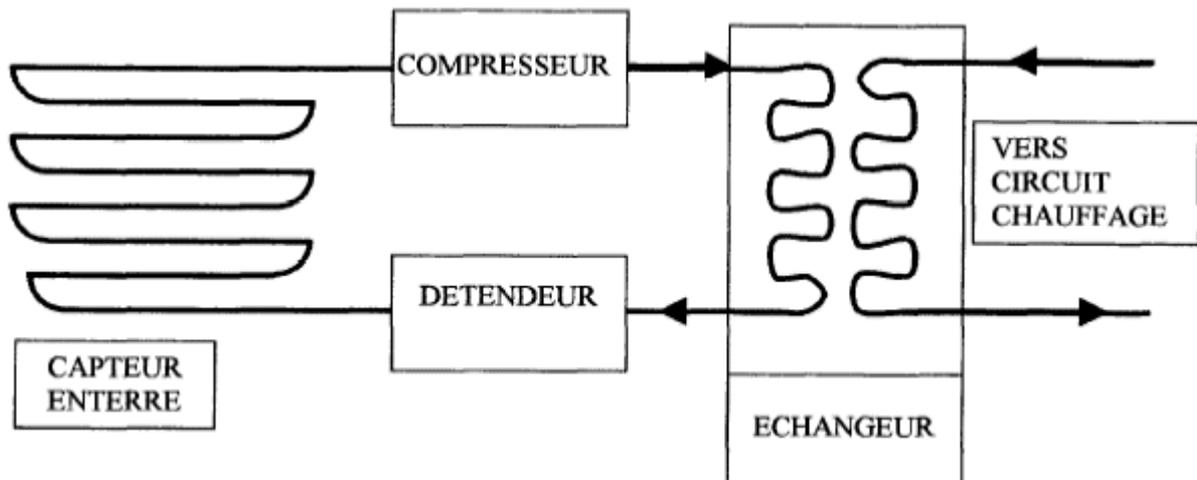
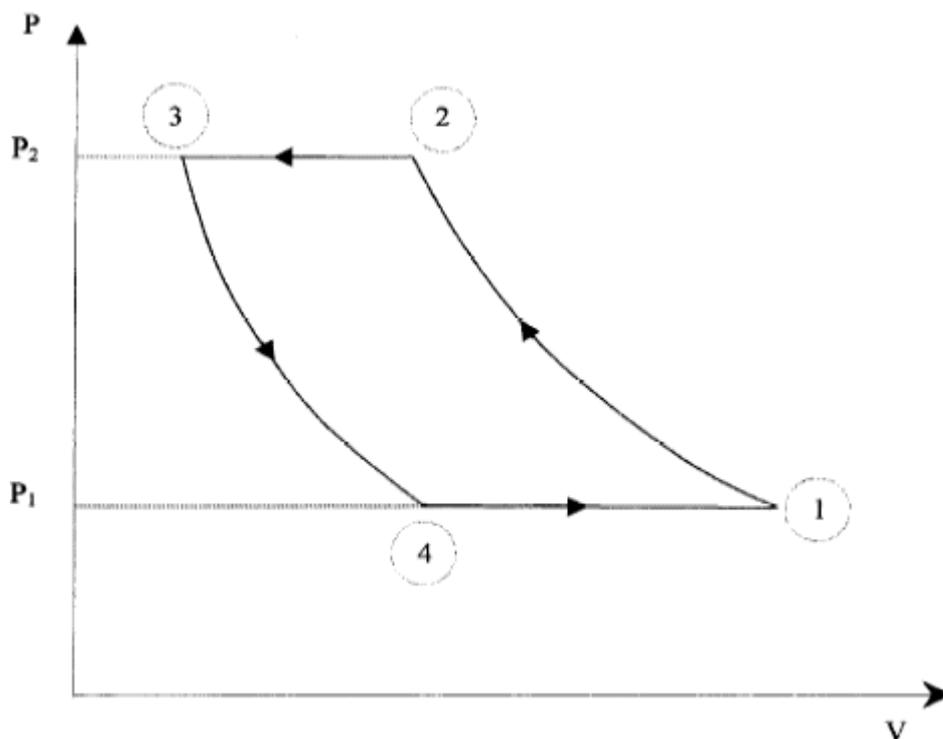


## pompe à chaleur (PAC) pour le chauffage individuel

L'installation schématisée ci-dessous comporte un compresseur, un détendeur et deux serpentins qui sont siège des échanges thermiques.



La température du sous sol est  $10^{\circ}\text{C}$ . Le fluide caloporteur est de l'air assimilé à un gaz parfait. On étudie les transformations réversibles d'1 kg d'air décrivant le cycle suivant :



1-2 : dans le compresseur, la compression est adiabatique et la pression passe de  $P_1 = 4 \cdot 10^5$  Pa à  $P_2 = 15 \cdot 10^5$  Pa. La température passe de  $T_1 = 283$  K à  $T_2$ .

2-3 : Dans le serpent, au contact du circuit de chauffage, le refroidissement est isobare et la température passe de  $T_2$  à  $T_3 = 323$  K.

3-4 : Dans le détendeur, la détente est adiabatique, la pression passant de  $P_3 = P_2$  à  $P_4 = P_1$ , la

température passant de  $T_3$  à  $T_4$ .

4-1 : Dans le serpentin enterré dans le sol, le réchauffement est isobare, la température augmentant jusqu'à la température  $T_1$ .

lors d'une transformation adiabatique réversible :  $PV^\gamma = \text{Cte}$  ;  $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{Cte}$  ;  $V^{\gamma-1} T = \text{Cte}$ .

Qté de chaleur échangée par un fluide passant de la température  $T_1$  à  $T_2$  au cours d'une transformation isobare :

$$Q = mC_p(T_2 - T_1).$$

Efficacité théorique d'une machine théorique :  $e = |Q_c/W|$  ou  $e = |Q_f/W|$  selon la machine

$$R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} ; \gamma = 1,4 \quad C_{p \text{ air}} = 1000 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}.$$

1. Montrer que  $T_2 = 413 \text{ K}$  et que  $T_4 = 221 \text{ K}$ .
2. Calculer les quantités de chaleur  $Q_{12}$ ,  $Q_{23}$ ,  $Q_{34}$  et  $Q_{41}$  échangées par une masse d'air de 1 kg au cours de chaque transformation.
3. Enoncer le premier principe de la thermodynamique pour un cycle. En déduire le travail reçu par la masse de 1 kg d'air au cours du cycle.
4. On désigne par  $e$  l'efficacité théorique de la pompe à chaleur au cours du cycle. Calculer  $e$ .  
- Sachant que les pertes moyennes thermiques de la maison sont de 13 kW et que la puissance utile du compresseur est 10 kW, calculer le temps de fonctionnement de la pompe au cours de la journée.

corrigé

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \text{ soit } T_2^\gamma = (P_1/P_2)^{1-\gamma} T_1^\gamma$$

$$T_2 = (P_1/P_2)^{(1-\gamma)/\gamma} T_1 \text{ avec } (1-\gamma)/\gamma = (1-1,4)/1,4 = -0,286.$$

$$T_2 = (4/15)^{-0,286} * 283 = 1,454 * 283 = \mathbf{413 \text{ K}}.$$

$$\text{de même } T_4 = (P_3/P_4)^{(1-\gamma)/\gamma} T_3 = (P_2/P_1)^{(1-\gamma)/\gamma} T_3$$

$$T_4 = (15/4)^{-0,286} * 323 = 0,6852 * 323 = \mathbf{221 \text{ K}}.$$

quantités de chaleur  $Q_{12}$ ,  $Q_{23}$ ,  $Q_{34}$  et  $Q_{41}$  échangées par une masse d'air de 1 kg

$$\text{isobare } Q_{23} = mC_p(T_3 - T_2) = 1000 * (323 - 413) = \mathbf{-90 \text{ kJ}}.$$

$$\text{isobare } Q_{41} = mC_p(T_1 - T_4) = 1000 * (283 - 221) = \mathbf{62 \text{ kJ}}.$$

$$\text{adiabatique } Q_{12} = Q_{34} = 0.$$

Au cours d'un cycle la variation d'énergie interne du gaz est nulle.

$$W + Q_{23} + Q_{41} = 0 \text{ soit } W = 90 - 62 = \underline{+28 \text{ kJ}}.$$

efficacité théorique de la pompe à chaleur au cours du cycle = rapport de la chaleur absorbée par la source chaude sur le travail fourni  $e = 90 / 28 = \underline{3,21}$ .

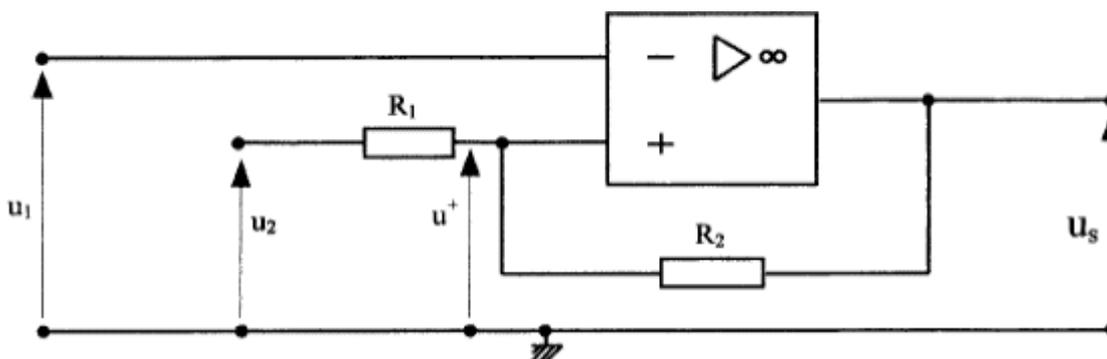
énergie à fournir pour compenser les pertes journalières :  $13 * 24 = 312 \text{ kWh} = 312 * 3600 = 1,12 \cdot 10^6 \text{ kJ}$

travail fourni par le moteur électrique de la pompe :  $312 / 3,21 = 97,2 \text{ kWh}$

le moteur doit fonctionner pendant :  $97,2 / 10 = \underline{9,72 \text{ heures}}$ .

## régulation électronique de la température de l'échangeur

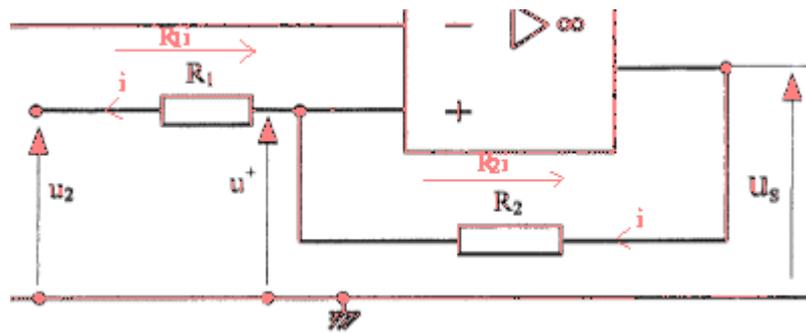
Un capteur électronique permet d'obtenir une tension  $u_1 = 0,1 \theta_3$  dans laquelle  $\theta_3$  est la température de l'échangeur exprimée en °C tandis que la tension  $u_1$  est exprimée en volts. Le but de la régulation est de maintenir cette température  $\theta_3$  entre 45°C et 55 °C. On utilise le montage suivant :



L'amplificateur opérationnel est idéal ; les tensions de saturation sont +14V et -14 V.  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 27 \text{ k}\Omega$ .  $u_2$  est une source de tension réglable dont la valeur est fixée à 5,19 V.

- Montrer que la tension  $u^+$  de l'entrée non inverseuse est :  $1/(R_1 + R_2) [R_1 u_s + R_2 u_2]$ 
  - Faire l'application numérique dans le cas où  $u_s = +14 \text{ V}$
  - Faire l'application numérique dans le cas où  $u_s = -14 \text{ V}$
- Etude du démarrage : la température de l'échangeur est 20°C.
  - Quelles sont les valeurs de  $u_1$  et  $u_s$  ?
  - A la mise sous tension la pompe à chaleur se met en marche. Comment évolue la température  $\theta_3$  ? Comment évolue  $u_1$  ?
- Etude du fonctionnement : que se passe-t-il lorsque la température  $\theta_3$  atteint 55 °C Que devient la tension  $u_s$  ? Quel doit être le rôle de la tension  $u_s$  sur la pompe ?
  - La température se met alors à chuter. Pour quelle valeur de  $u_1$  la pompe se remet-elle en marche ? Quelle est alors la température de l'échangeur ?
  - Faire la représentation graphique  $u_s$  en fonction de  $\theta_3$ .

corrigé



$$u_2 + R_1 i = u^+ \text{ soit } i = (u^+ - u_2) / R_1$$

$$u^+ + R_2 i = u_s \text{ soit } i = (u_s - u^+) / R_2$$

$$(u^+ - u_2) R_2 = (u_s - u^+) R_1$$

$$R_2 u^+ - u_2 R_2 = u_s R_1 - u^+ R_1$$

$$u^+ = 1 / (R_1 + R_2) [R_1 u_s + R_2 u_2]$$

$$u^+ = 1 / (10^3(1+27)) [u_s + 27 * 5,19] 10^3 = [u_s + 140,13] / 28 = u_s / 28 + 5$$

si  $u_s = +14 \text{ V}$  alors  $u^+ = 5,5 \text{ V}$  et  $u_s = -14 \text{ V}$  alors  $u^+ = 4,5 \text{ V}$

la température de l'échangeur est  $20^\circ\text{C}$ .

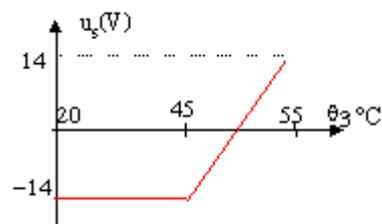
$$u_1 = 0,1 * 20 = 2 \text{ V en conséquence } u^+ = 2 = u_s / 28 + 5 \text{ et } u_s = (2-5) * 28 = -84 \text{ V.}$$

valeur impossible pour  $u_s$  qui ne peut être inférieure à  $-14 \text{ V}$ .

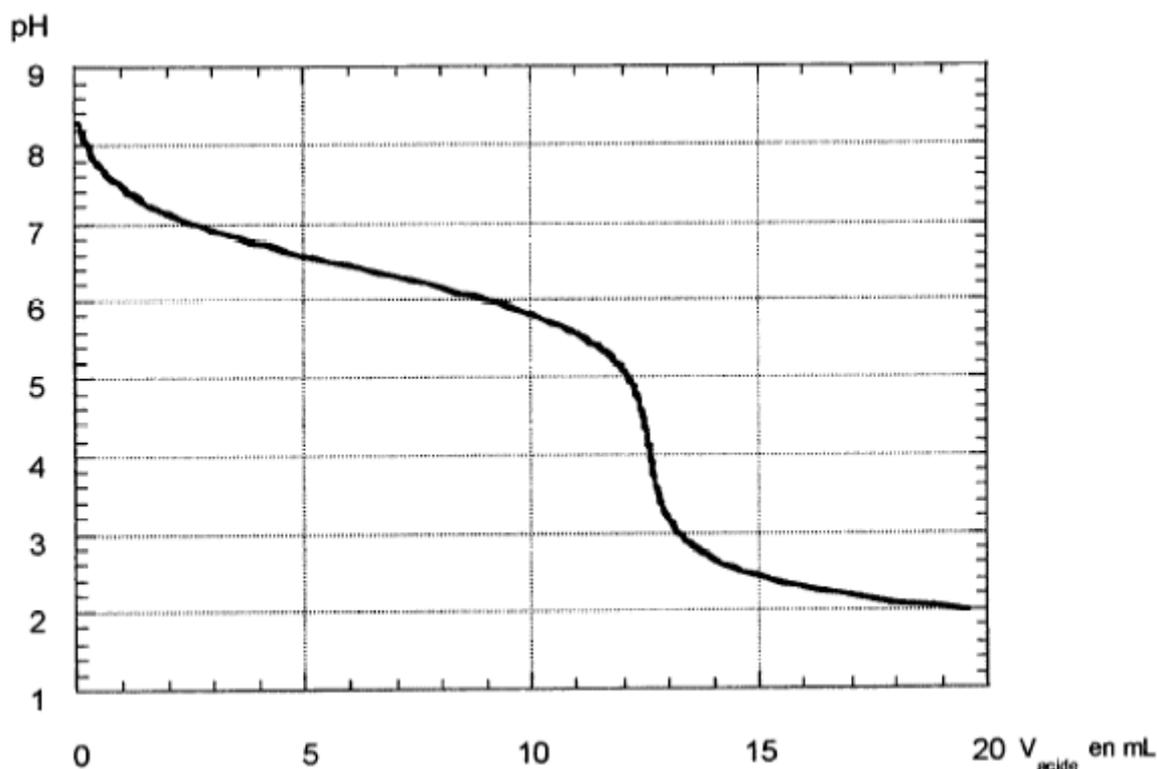
A la mise sous tension la pompe à chaleur se met en marche  $\theta_3$  évolue de  $20^\circ\text{C}$  à  $55^\circ\text{C}$  et  $u_1$  évolue de  $2 \text{ V}$  à  $5,5 \text{ V}$ .

$u_s$  atteint alors la valeur  $+14 \text{ V}$  et doit couper l'alimentation électrique de la pompe.

La température  $\theta_3$  se met alors à chuter. Dès que  $u_1$  atteint la valeur  $4,5 \text{ V}$  ( $u_s = -14 \text{ V}$ ) la pompe se remet en marche. La température de l'échangeur vaut alors  $45^\circ\text{C}$ .



**Chimie** : on se propose de déterminer l'alcalinité d'une eau industrielle. Pour ceci on réalise un dosage pH-métrique de 50 mL d'eau par une solution d'acide chlorhydrique telle que  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,1$  mol/L. L'alcalinité est due uniquement à l'ion  $\text{HCO}_3^-$ .

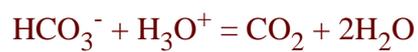
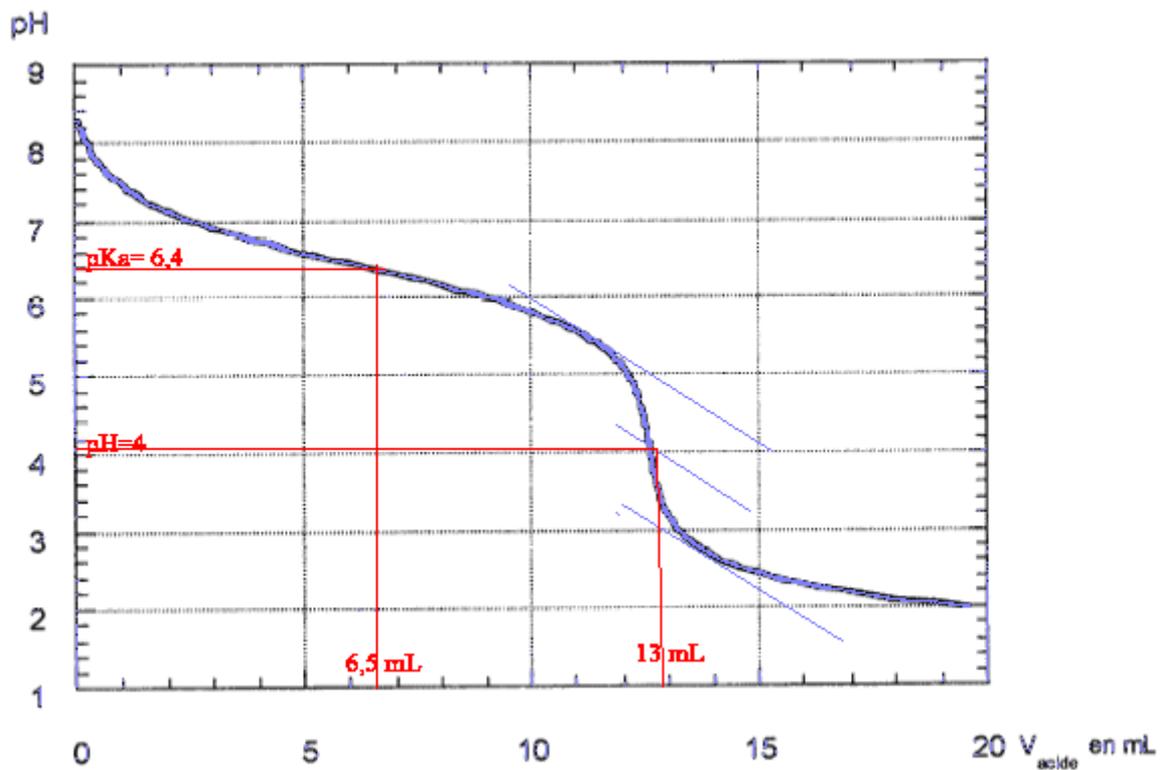


1. Déterminer graphiquement les coordonnées du point équivalent et le pKa du couple acide base concerné. On rappelle que  $\text{pKa} = \text{pH}$  à la demi-neutralisation.
2. Ecrire la réaction de dosage puis déterminer  $[\text{HCO}_3^-]$  en mol/L et en g/L.
3. Le titre alcalimétrique complet (TAC) d'une eau s'exprimant par le même nombre que le volume exprimé en mL d'une solution acide telle que  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,02$  mol/L nécessaire pour doser 100 mL d'eau, déterminer le TAC de l'eau étudiée.

masse atomique molaire (g/mol) H : 1 ; C : 12 ; O : 16.

couples acide base  $\text{H}_3\text{O}^+ / \text{H}_2\text{O}$  ;  $\text{H}_2\text{O} / \text{HO}^-$  ;  $\text{H}_2\text{O}, \text{CO}_2 / \text{HCO}_3^-$

corrigé



à l'équivalence  $C_a V_a = C_b V_b$  soit  $C_b = C_a V_a / V_b = 0,1 * 13 / 50 = 0,026 \text{ mol/L}$

masse molaire  $\text{HCO}_3^-$  :  $1 + 12 + 3 * 16 = 61 \text{ g/mol}$

$$0,026 * 61 = 1,586 \text{ g/L}$$

pour doser 100 mL de cette eau avec un acide de concentration 0,02 mol/L il faudrait un volume d'acide égal à :

$$100 * 0,026 / 0,02 = \underline{130 \text{ mL}}$$