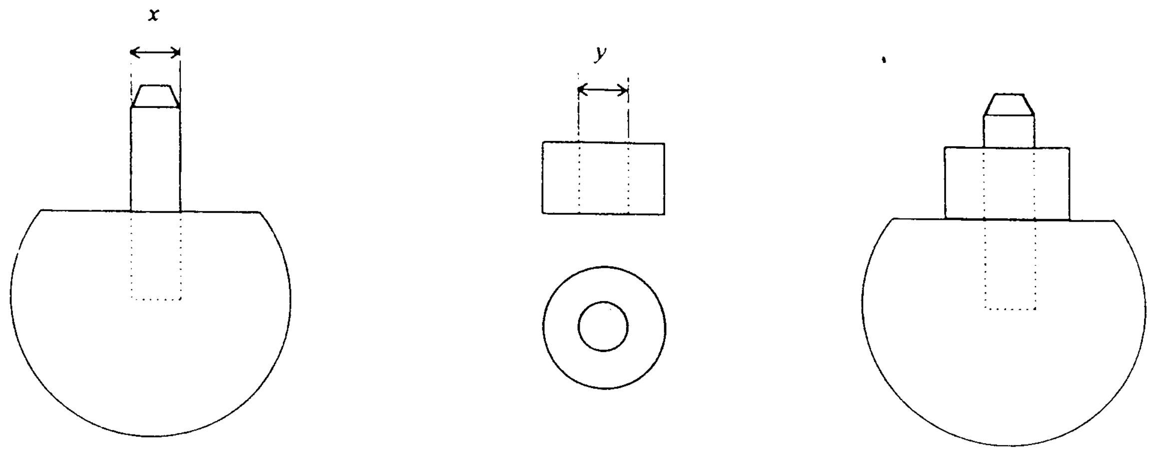
BTS Productique bois
Session 1998

Exercice 1 *(10 points)*



PIECE A PIECE B ASSEMBLAGE C

Une entreprise commercialise des pieds de lit de type boule. Ces pieds sont constitués d'une portion de boule en bois dans laquelle est emboîté un axe métallique de diamètre x (pièce A) et d'une bague en matière plastique (pièce B) de diamètre intérieur y. La pièce A est fabriquée par l'entreprise et la pièce B par un fournisseur.

1. À toute pièce A tirée au hasard dans la production, on associe le diamètre x de son axe métallique, mesuré en millimètres. On définit ainsi une variable aléatoire X. On admet que X suit la loi normale de moyenne 12 et d'écart-type 0,03.
   Une pièce est acceptable si son diamètre x appartient à l'intervalle [11,94 ; 12,06].
   Calculer la probabilité qu'une pièce tirée au hasard soit acceptable.
2. À toute pièce B tirée au hasard dans la livraison du fournisseur, on associe son diamètre intérieur y mesuré en millimètres. On définit ainsi une variable aléatoire Y. On admet que Y suit la loi normale de moyenne m et d'écart-type 0,04. Le fournisseur affirme que m est égale à 12,1.
   On veut contrôler cette affirmation en prélevant au hasard et avec remise un échantillon de 64 pièces dans la livraison.
   À tout échantillon aléatoire de 64 pièces on associe la moyenne $\overline{y}$ des diamètres intérieurs des bagues. On définit ainsi une variable aléatoire $\overline{Y}$.
   2.1. Quelle est la loi suivie par $\overline{Y}$?
   2.2. Construction d'un test bilatéral au seuil de risque de 5% :
   - Donner l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1.
   - Déterminer les deux valeurs critiques qui permettent de décider si la livraison est conforme.
   - Énoncer la règle de décision du test.
   - Pour l'échantillon prélevé la moyenne obtenue est 12,095. Que concluez-vous ?
3. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale $\mathcal{N}(12,1 ; 0,04)$.
   On note Z la variable aléatoire Y–X qui, à deux pièces A et B tirées au hasard, associe le jeu y–x.
   Pour que le montage des pièces soit possible, il faut que ce jeu soit au moins égal à 0,01 mm.
   Les pièces A et B étant produites dans des usines différentes, les variables X et Y sont indépendantes.
   3.1. Z suit une loi normale. Quels sont ses paramètres ?
   3.2. Calculer la probabilité de l'événement « le montage est possible ».

Exercice 2 *(10 points)*

Partie A : On se propose de résoudre l'équation différentielle (E) : $y'(x)+2y(x)=e^{-2x}$ où y est une fonction dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

1. Résoudre l'équation différentielle (E') : $y'(x)+2y(x)=0$.
2. Vérifier que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=xe^{-2x}$ est une solution particulière de (E).
3. En déduire les solutions de (E).
4. Déterminer la solution de (E) dont la représentation graphique passe par le point $A(0\,;\,1)$.

Partie B : On considère la fonction f, définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 1]$ par $f(x)=(x+1)e^{-2x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 5 cm.

1. Calculer $f'(x)$. Étudier son signe et dresser le tableau de variation de f sur $[-1\ ;\ 1]$.
2. Tracer $\mathscr{C}$ dans le repère défini ci-dessus.
3. *a*) À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.
   On donnera la valeur exacte puis la valeur décimale approchée à 10^{-3} près par défaut.
   b) En déduire l'aire, en cm², du domaine limité sur le graphique par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=-1$ et $x=0$.