

BTS Productique bois
Session 1999

Exercice 1 (11 points)

Soit l'équation différentielle : $10^9 y' + 3t^2 y = 0$ (E), où y est une fonction de la variable réelle t , définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

- 1) Résoudre (E) dans $\mathbb{R}$.
- 2) On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t) = e^{-\frac{t^3}{10^9}}$.
 - a) Vérifier que f est la solution de (E) prenant la valeur 1 en 0.
 - b) Démontrer que f est une fonction décroissante.
Déterminer sa limite en $+\infty$ et interpréter géométriquement ce résultat.
 - c) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
 - d) Tracer soigneusement la courbe représentative de f dans un repère orthogonal pour t variant de 0 à 1500 (échelle : 1 cm pour 100 unités sur l'axe des abscisses et 10 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées).
- 3) a) Résoudre algébriquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(t) = 0,5$; donner la valeur exacte de la solution, puis sa valeur approchée arrondie à l'unité.

b) en déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(t) < 0,5$.
- 4) On appelle T la variable aléatoire mesurant la durée, en heures, de fonctionnement sans panne d'une machine.
On admet que, pour t réel positif ou nul, $f(t)$ représente la probabilité que T soit supérieur à t ; ainsi $P(T > t) = f(t)$.
 - a) Calculer la probabilité que la machine fonctionne plus de 1000 heures sans panne.
 - b) Pourquoi peut-on affirmer qu'il y a plus de neuf chances sur dix que la machine fonctionne sans panne plus de 400 heures ?

Exercice 2 (9 points)

A) Un lycée achète son papier pour photocopieur à une entreprise. On appelle X la variable aléatoire qui à chaque feuille associe son épaisseur en microns. Le fabricant spécifie que X suit une loi normale de moyenne 110 et d'écart type 3.

Un photocopieur se bloque dès que le papier fourni a une épaisseur inférieure à 101 microns ou supérieure à 122 microns.

Déterminer, avec la précision permise par la table, la probabilité p qu'une feuille de papier livré bloque le photocopieur.

Dans la suite, on prendra $p = 0,001$.

B) Une documentation de 12 pages est photocopiée en 50 exemplaires. On appelle K la variable aléatoire qui, à toute série de 600 photocopies, associe le nombre de blocages pendant la reprographie. On assimile une série de 600 photocopies à un prélèvement de 600 feuilles de papier au hasard et avec remise.

- 1) Quelle est la loi de probabilité suivie par K ?
- 2) Calculer la probabilité des événements suivants (on donnera les résultats exacts, puis arrondis au millième) :
 - a) Au cours de ce travail, le photocopieur ne se bloque jamais.
 - b) Au cours de ce travail, le photocopieur se bloque exactement trois fois.
- 3) On admet que la loi de probabilité suivie par K peut être approchée par une loi de Poisson.
 - a) Préciser son paramètre.
 - b) Quelle est la probabilité que le photocopieur se bloque plus de 2 fois pendant ce travail ?

C) Le lycée met à l'épreuve les affirmations du fabricant concernant la moyenne de la variable aléatoire X . On suppose que l'écart type est connu et égal à 3. Pour cela, il étudie un échantillon de 1000 feuilles prises au hasard dans une livraison. L'étude de l'épaisseur de ces feuilles donne, en microns, une moyenne de 109,9.

- 1) On effectue un test statistique ; préciser quelle est l'hypothèse nulle H_0 et l'alternative H_1 .
- 2) On désigne par $\bar{X}$ la variable aléatoire qui à tout échantillon de 1000 feuilles tirées au hasard et avec remise associe la moyenne des épaisseurs des feuilles de cet échantillon.
Quelle est la loi de probabilité de $\bar{X}$ sous l'hypothèse H_0 ?
- 3) Au vu de l'échantillon étudié, peut-on admettre avec un coefficient de confiance de 90%, que la moyenne est 110 ?