

BTS Productique bois
Session 1995

Exercice 1

A – L'objectif est la résolution de l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$ où y est une fonction de la variable x définie sur \mathbb{R} et y' la dérivée de y .

- 1) Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle $y' + y = 0$.
- 2) Déterminer le réel a tel que la fonction g définie par $g(x) = axe^{-x}$ soit solution de (E).
- 3) Donner les solutions de (E) sur \mathbb{R} .
- 4) Déterminer la fonction f , solution de (E), qui vérifie $f(0) = 1$.

B – L'objectif est l'étude d'une fonction.

Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x+1)e^{-x}$.

- a) Déterminer la limite de f en $+\infty$ puis en $-\infty$.
- b) Étudier les variations de f .
- c) Construire sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$
(unités graphiques : en abscisse : 1 cm, en ordonnée : 10 cm)

Exercice 2

Un atelier de menuiserie produit en grande série pour l'assemblage des meubles, des tourillons en forme de cylindre.

Soit D la variable aléatoire qui à chaque tourillon associe son diamètre exprimé en mm. On estime que D suit une loi normale de moyenne m et d'écart-type $\sigma = 0,1$.

- 1) Un tourillon dont le diamètre est extérieur à l'intervalle de tolérance $[9,7 ; 10,3]$ est dit défectueux. Calculer à 10^{-3} près une valeur approchée de la probabilité qu'un tourillon pris au hasard soit défectueux.
- 2) On désigne par Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de n tourillons ($30 \leq n \leq 1000$) tiré de la production, associe le nombre de tourillons défectueux de ce lot. (Les tirages sont indépendants avec remise).
 - a) Donner la loi suivie par Y ainsi que ses paramètres.
On admet que cette loi peut être approchée par une loi de Poisson de paramètre λ .
Exprimer λ en fonction de n .
 - b) Le lot est acceptable si $Y \leq 1$. Montrer que : $P(Y \leq 1) = f(\lambda) = (1 + \lambda) e^{-\lambda}$.