

**PHYSIQUE APPLIQUEE****Asservissement de position.**

Deux exemplaires de chronogrammes sont fournis en annexe 2 (pages 17 et 18). L'un est destiné aux essais du candidat, l'autre est à rendre avec la copie.

Une chaîne de régulation de position comprend (figure 1, page 13) :

- une horloge H de période T ;
- un compteur-décompteur travaillant en code binaire naturel 12 bits, dont la sortie sera notée  $N_1$ . Le signal d'horloge pourra être transmis au compteur (interrupteur L fermé) ou non (L ouvert) ;
- deux convertisseurs numérique analogique 12 bits délivrant respectivement des tensions continues  $V_1 = a N_1$  et  $V_2 = a N_2$  ;
- un comparateur de tension délivrant  $\varepsilon = V_1 - V_2$  ;
- un générateur de signaux rectangulaires de période constante  $T_0$  et dont le rapport cyclique  $\alpha$  est tel que  $\alpha = A \varepsilon$  ;
- un hacheur ;
- un moteur à courant continu, à excitation constante, alimenté par le hacheur et qui entraîne un monte-charge non représenté ;
- un codeur de position C et un transcodeur donnant la position du monte-charge en code binaire naturel sur 12 bits.  $N_2$  vaut 0 quand celui-ci est au point bas de sa course et 4 095 quand il est au point haut.

Le problème est constitué de 3 parties totalement indépendantes :

- Partie A : Etude du hacheur.
- Partie B : Etude du convertisseur numérique analogique.
- Partie C : Etude du montage complet.

**Partie A : Etude du hacheur.**

La figure 2 (page 14) représente le schéma du hacheur :

- E est une source de tension continue pouvant fonctionner aussi bien en générateur ( $i_s > 0$ ) qu'en récepteur ( $i_s < 0$ ).
- $D_1$  et  $D_2$  sont deux diodes supposées parfaites.
- $K_1$  et  $K_2$  sont deux interrupteurs électroniques parfaits commandés par des signaux rectangulaires  $V_K$ . Ils sont fermés pour  $0 < t < \alpha T_0$  ( $V_K$  niveau haut) et ouverts le reste de la période ( $V_K$  niveau bas).  $\alpha$  est le rapport cyclique,  $0 \leq \alpha \leq 1$ .
- L est une bobine d'inductance L.
- E' est la f.e.m. du moteur à courant continu.
- $T_0$  est la période du hacheur.

Dans toute cette partie on se place en régime permanent et on suppose que le courant  $i_c(t)$  ne s'annule jamais :  $i_c(t) > 0$  quel que soit l'instant considéré. Soit  $I_{\min}$  la valeur minimale de  $i_c(t)$  et  $I_{\max}$  la valeur maximale.

Pour toutes les questions il est impératif d'effectuer un calcul littéral avant de passer aux applications numériques s'il y a lieu.

On donne  $E = 100 \text{ V}$   $L = 160 \text{ mH}$   $T_0 = 1 \text{ ms}$   
(les valeurs numériques de  $I_{\min}$  et  $I_{\max}$  ne sont pas données.)

**A - 1)**  $K_1$  et  $K_2$  sont fermés :  $0 < t < \alpha T_0$ .

A - 1 - a) Que vaut la tension  $u_c(t)$  ?

A - 1 - b) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de  $i_k(t)$ .

A - 1 - c) Résoudre cette équation différentielle avec la condition  $i_k(0) = I_{\min}$ .

**A - 2)**  $K_1$  et  $K_2$  sont ouverts ( $\alpha T_0 < t < T_0$ ).

A - 2 - a) Indiquer les composants qui sont traversés par le courant.  
Que vaut la tension  $u_c(t)$  ?

A - 2 - b) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de  $i_d(t)$ .

A - 2 - c) Résoudre cette équation différentielle avec la condition  $i_d(\alpha T_0) = I_{\max}$ .

A - 2 - d) Représenter graphiquement sur l'annexe 2 (à rendre avec la copie) les évolutions de  $u_c(t)$ ,  $i_k(t)$ ,  $i_d(t)$  et  $i_c(t)$  sur 2 périodes.

**A - 3)** Calculer littéralement en fonction de  $\alpha$  et faire ensuite l'application numérique pour  $\alpha = 0,8$  :

A - 3 - a) la valeur moyenne  $\bar{U}_c$  de la tension  $u_c(t)$

A - 3 - b) la f.e.m. E' du moteur.

A - 4) E' représente la f.c.m. d'un moteur à courant continu à excitation constante. Ce moteur est supposé sans perte. La relation entre sa f.e.m. et sa vitesse angulaire de rotation est  $E' = K\Omega$  avec  $K = 0,5 \text{ V/rad. s}^{-1}$ .

A - 4 - a) Exprimer la vitesse angulaire  $\Omega$  du moteur en fonction de  $\alpha$ , E et K.

A - 4 - b) Calculer  $\Omega$  pour  $\alpha = 0,8$ .

### Partie B : Etude du convertisseur numérique analogique.

Pour convertir le nombre  $N_1$  (valeur décimale), qui s'écrira en binaire  $A_{11} A_{10} A_9 \dots A_2 A_1 A_0$  en une tension  $V_1 = a N_1$ , on utilise un circuit intégré dont le synoptique est donné figure 3 (page 15). Il comporte :

- Un réseau en échelle R, 2 R qui est alimenté par une tension constante  $V_0$ . On donne  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .
- Deux sorties notées  $S_1$  et  $S_2$  qui devront être portées à un potentiel nul lors de l'utilisation.
- Un jeu de douze commutateurs commandés par les signaux logiques  $A_{11} A_{10} A_9 \dots A_2 A_1$  et  $A_0$ . Quand  $A_i$  est au niveau logique 0 (on notera  $A_i = 0$ ) la résistance 2 R traversée par le courant  $I_i$  est connectée à la sortie  $S_2$ . Quand  $A_i$  est au niveau logique 1 (on notera  $A_i = 1$ ), la résistance 2 R correspondante est connectée à la sortie  $S_1$ . La figure 3 représente le cas où  $A_{11} A_{10} A_9 \dots A_2 A_1 = 0$  et  $A_0 = 1$ .

B - 1) Les sorties  $S_1$  et  $S_2$  sont mises à la masse (figure 4, page 16).

B - 1 - a) Exprimer le courant  $I_0$  en fonction de  $I'_0$ .

B - 1 - b) Pour cette question la résistance R traversée par le courant  $I'_1$  est déconnectée. Quelle est la résistance équivalente  $R_{BM}$  vue entre les points B et M ?

B - 2) Pour cette question la résistance R traversée par le courant  $I'_2$  est déconnectée.

B - 2 - a) Quelle est la résistance équivalente  $R_{CM}$  vue entre les points C et M ?

B - 2 - b) Exprimer le courant  $I_1$  en fonction de  $I'_1$ .

B - 2 - c) En déduire la relation entre  $I_1$  et  $I_0$ .

B - 3) Pour cette question la résistance R traversée par le courant  $I'_3$  est déconnectée.

B - 3 - a) Quelle est la résistance équivalente  $R_{DM}$  vue entre les points D et M ?

B - 3 - b) Exprimer le courant  $I_2$  en fonction de  $I'_2$ .

B - 3 - c) En déduire la relation entre  $I_2$  et  $I_0$ .

B - 3 - d) Dans le cas général donner la relation entre les courants  $I_i$ ,  $I_0$  et  $2^i$  (i prenant les valeurs entières de 11 à 0).

B - 3 - e) Exprimer le courant  $I_0$  en fonction de  $V_0$  et R.

**B - 4) Les sorties  $S_1$  et  $S_2$  sont toujours connectées à la masse.**

B - 4 - a) Exprimer le courant  $J_1$  sortant de  $S_1$  en fonction de  $I_0, A_{11}, A_{10}, A_9, \dots, A_2, A_1, A_0$ .

B - 4 - b) En déduire  $J_1$ , en fonction de  $V_0, R$  et  $N_1$ .

B - 4 - c) Donner l'expression de la plus petite variation de courant  $\Delta J_1$  que l'on peut observer lorsque  $N_1$  varie ?

**B - 5) On réalise le schéma de la figure 5 (page 16) dans lequel l'amplificateur opérationnel est supposé parfait et en régime linéaire.  $R = 10 \text{ k}\Omega$**

B - 5 - a) Exprimer  $V_1$  en fonction de  $V_0$ .

B - 5 - b) Quelle valeur doit prendre  $V_0$  pour que la plus petite variation de  $V_1$  soit  $\Delta V_1 = 2 \text{ mV}$  ?

### Partie C : Etude du montage complet.

On s'intéresse au fonctionnement de la chaîne de régulation donnée figure 1 (page 13). Les convertisseurs numérique analogique sont identiques. On a :

$$V_1 = a N_1 \qquad V_2 = a N_2 \qquad a = 2 \text{ mV.}$$

Le générateur fournit des signaux rectangulaires de rapport cyclique  $\alpha$  tel que :

$$\alpha = \Lambda \epsilon \text{ avec } \Lambda = 5.$$

**C - 1) On désire que le monte-charge soit à l'arrêt à la position définie par  $N_2 = 2048$ .**

C - 1 - a) Quelle sera la valeur de  $\alpha$  à l'arrêt ?

C - 1 - b) Calculer la valeur que doit prendre  $N_1$  à l'arrêt.

**C - 2) A partir de la position précédente, on ferme l'interrupteur L pendant  $t_1 = 10 \text{ s}$ . Le compteur varie de  $\Delta N_1 = 1000$ . Le monte-charge s'élève.**

C - 2 - a) Quelle est la période de l'horloge ?

C - 2 - b) En régime permanent de montée du monte-charge,  $\alpha = 0,79$ . En déduire l'erreur permanente  $N_1 - N_2$ .

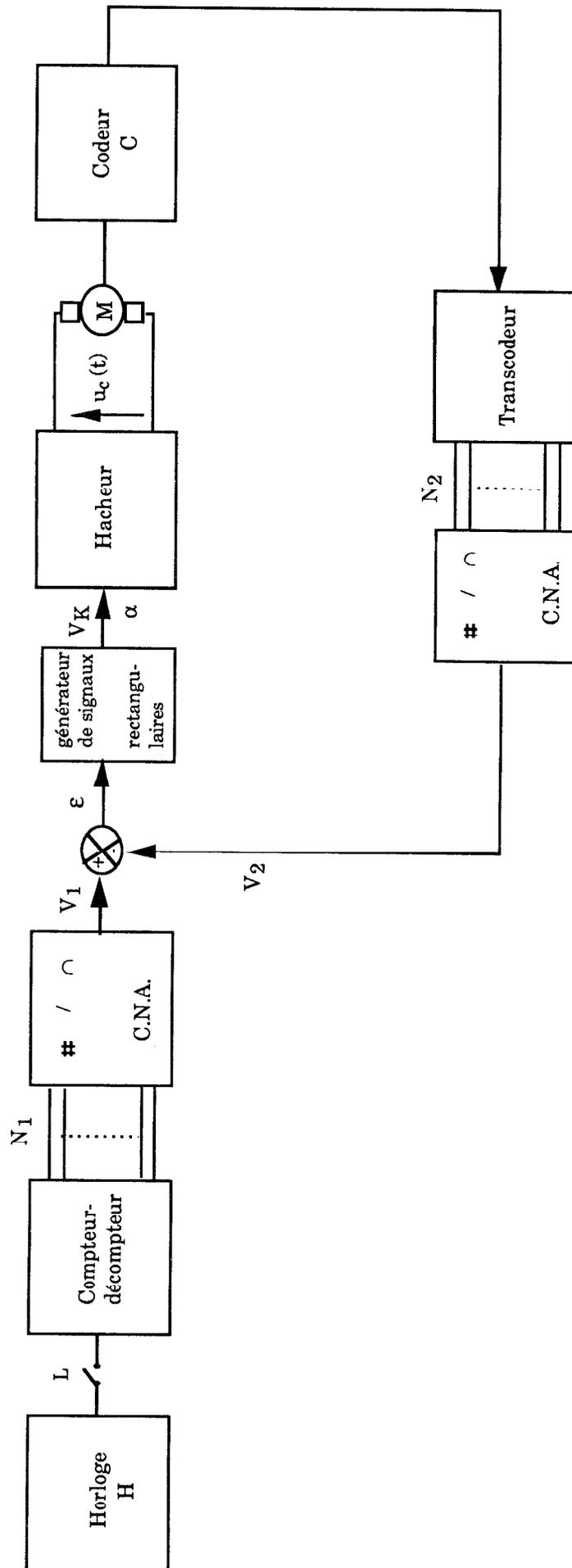


Figure 1

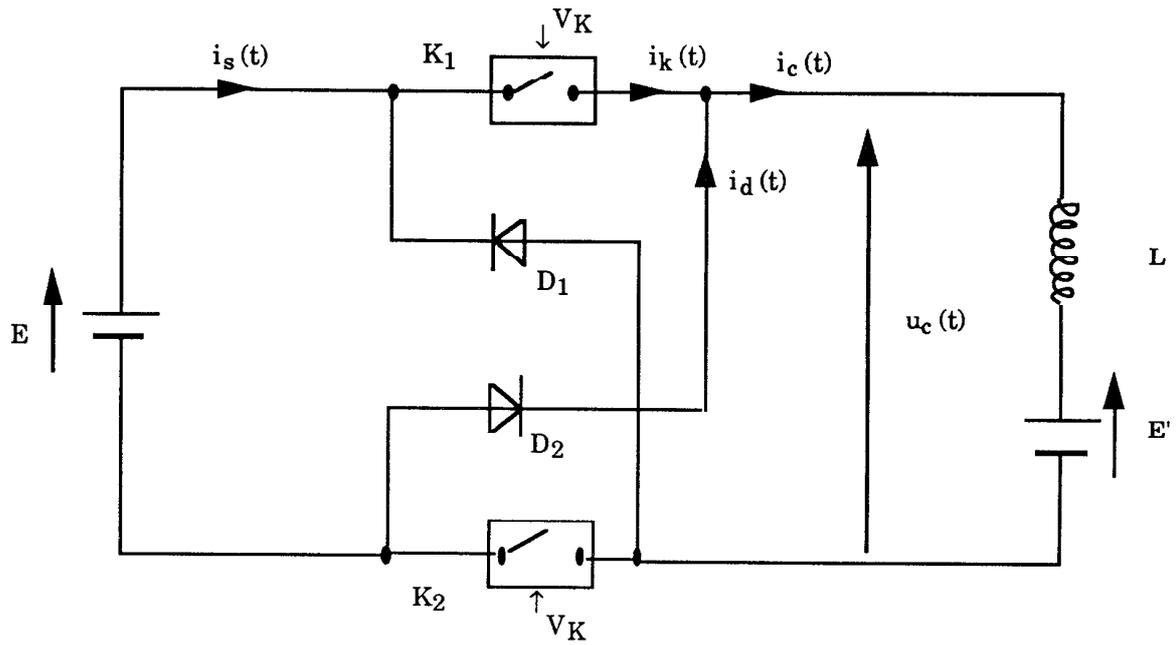


Figure 2

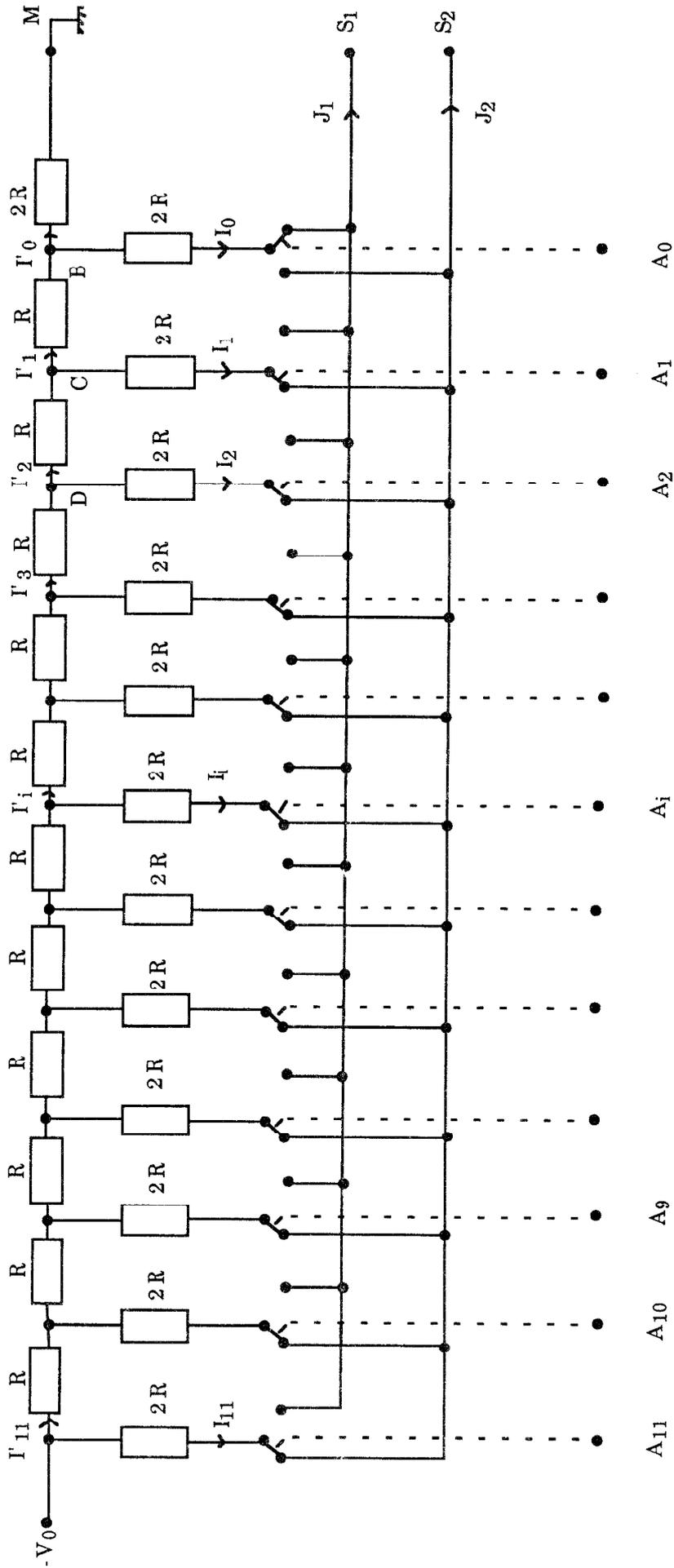
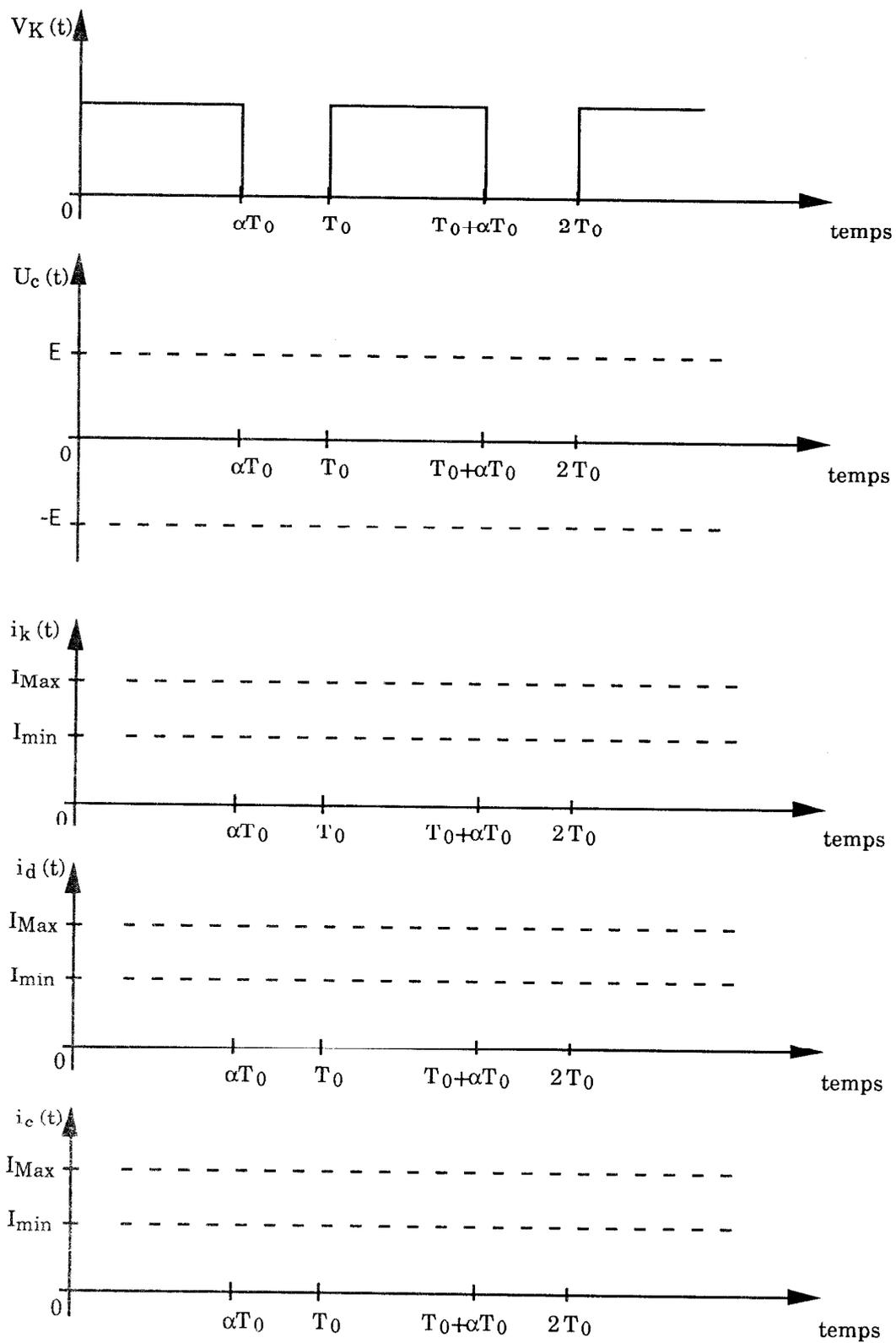
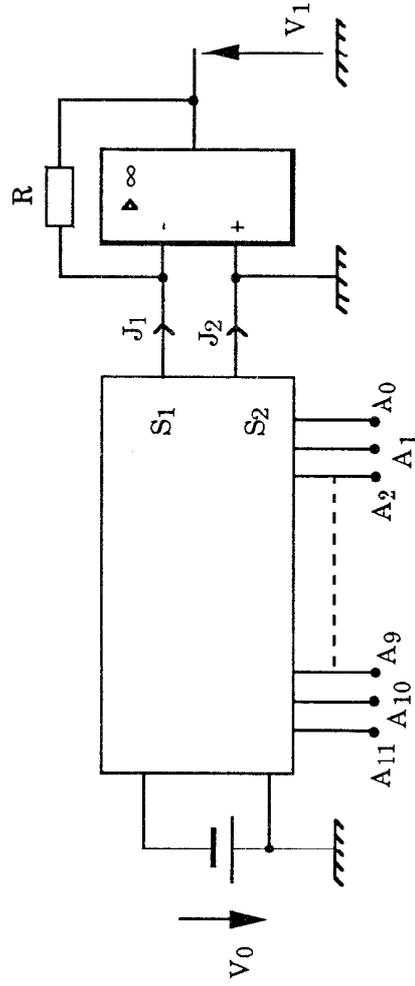


Figure 3



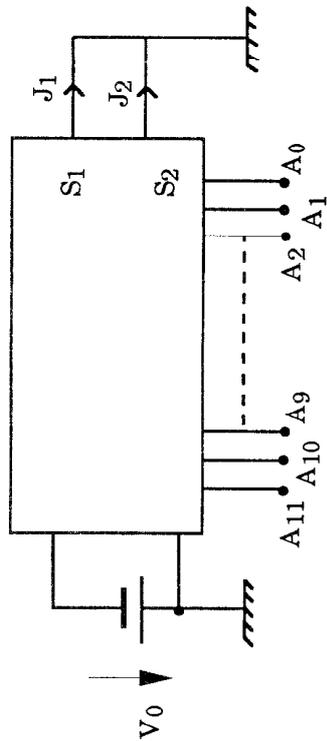
## Annexe 2 : Chronogrammes (essais).





N1

Figure 5



N1

Figure 4