

AMELIORATION DU FACTEUR DE PUISSANCE D'UNE INSTALLATION UTILISANT UN PONT A THYRISTORS

Première partie : Etude du moteur à courant continu

I-1) Calcul de la constante K_E :

Le modèle de l'induit du moteur (figure 2) nous amène à écrire l'équation : $V = E + R \cdot I_C$.

On en déduit l'expression de la fem : $E = K_E \cdot \Omega = V - R \cdot I_C$, soit : $K_E = (V - R \cdot I_C) / \Omega$.

On utilise pour effectuer le calcul les valeurs nominales données par le constructeur sur la plaque signalétique : $V = 350 \text{ V}$, $R = 0,52 \Omega$, $I_C = 70 \text{ A}$. La vitesse angulaire nominale est obtenue à partir de la fréquence de rotation nominale :

$$\Omega = \pi \cdot n / 30 = \pi \times 1500 / 30 \Rightarrow \Omega = 157 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{D'où : } K_E = (350 - 0,52 \times 70) / 157 \Rightarrow K_E = 1,996 \approx 2 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$$

I-2) La puissance absorbée par l'induit au point nominal est : $P_a = V \cdot I_C \Rightarrow P_a = 24,5 \text{ kW}$

Le rendement de l'induit est : $\eta = P_u / P_a$, où P_u est la puissance mécanique utile du moteur ($P_u = 20 \text{ kW}$). On obtient : $\eta = 81,6\%$

I-3) Pour le fonctionnement nominal, on a :

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega} = \frac{E \cdot I_C}{\Omega} = \frac{K_E \cdot \Omega \cdot I_C}{\Omega} = K_E \cdot I_C, \text{ } P_{em} \text{ étant la puissance électromagnétique.}$$

$$T_{em} = 2 \times 70 \Rightarrow T_{em} = 140 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ (couple électromagnétique) ;}$$

$$T_u = P_u / \Omega = 20 \cdot 10^3 / 157 \Rightarrow T_u = 127 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ (couple utile) ;}$$

$$T_p = T_{em} - T_u = 140 - 127 \Rightarrow T_p = 13 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ (couple de pertes).}$$

I-4) Prédétermination de l'intensité I_C du courant dans l'induit et de la tension V à ses bornes pour les fonctionnements particuliers suivants :

I-4-1) Marche en moteur avec $n = 750 \text{ tr/min}$ et $T_u = 80 \text{ Nm}$.

Le couple électromagnétique est donc : $T_{em} = 80 + 13 = 93 \text{ N} \cdot \text{m}$. On en déduit l'intensité du courant : $I_C = T_{em} / K_E \Rightarrow I_C = 46,5 \text{ A}$.

La fem est : $E = K_E \cdot \Omega = K_E \cdot \pi \cdot n / 30 \Rightarrow E = 157 \text{ V}$

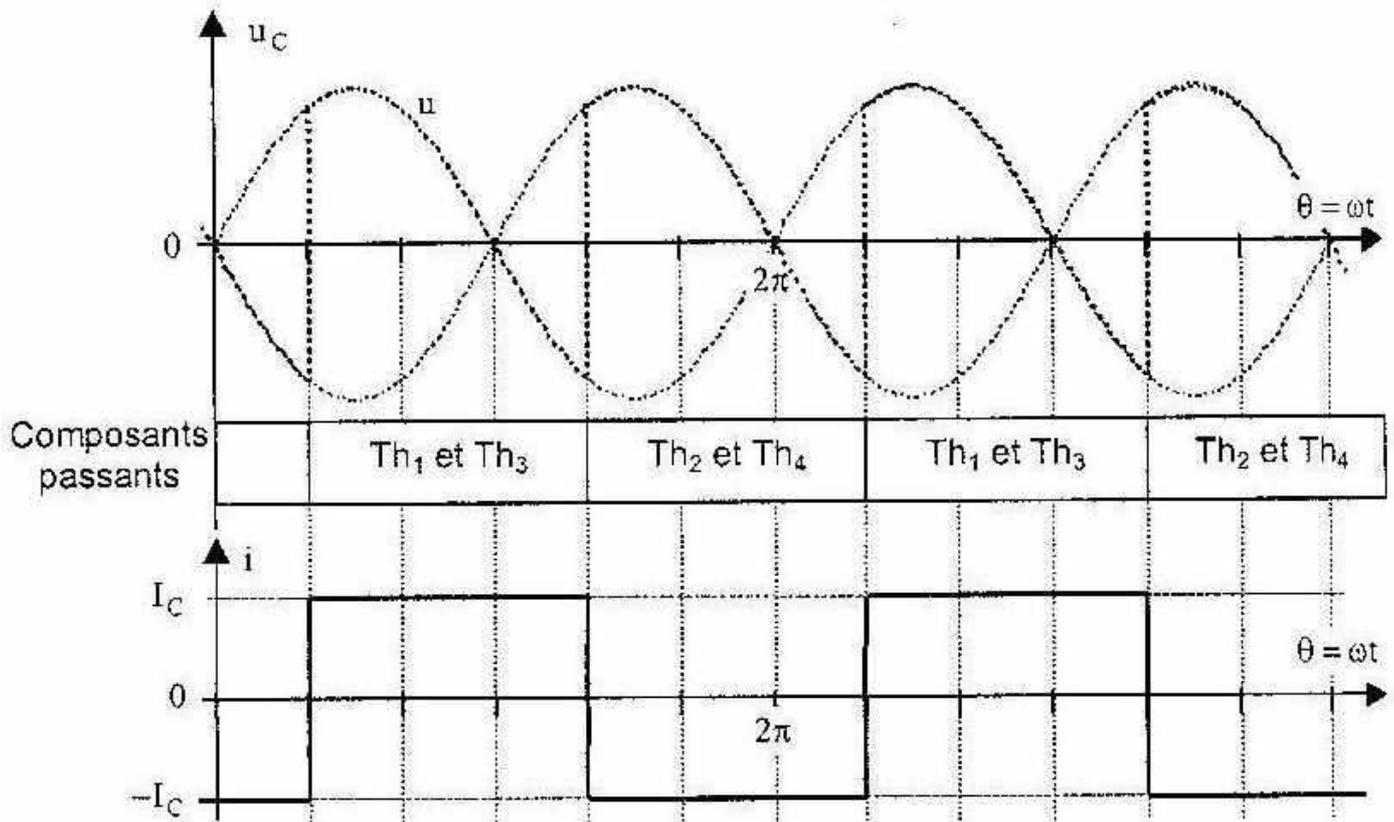
La tension aux bornes de l'induit est donc : $V = E + R \cdot I_C \Rightarrow V \approx 181 \text{ V}$

I-4-2) Marche en génératrice avec $n = -750 \text{ tr/min}$ et $T_a = 80 \text{ Nm}$. Dans ce mode de fonctionnement, la machine tournante renvoie de l'énergie au réseau par l'intermédiaire du pont ; le courant conserve le même sens, alors que la tension change de signe.

Le couple électromagnétique est : $T_{em} = 80 - 13 = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$. On en déduit l'intensité du courant : $I_C = T_{em}/K_E \Rightarrow I_C = 33,5 \text{ A}$.
 La f.e.m. change de signe : $E = -157 \text{ V}$.
 La tension aux bornes de l'induit est donc : $V = E + R \cdot I_C \Rightarrow V \approx -140 \text{ V}$

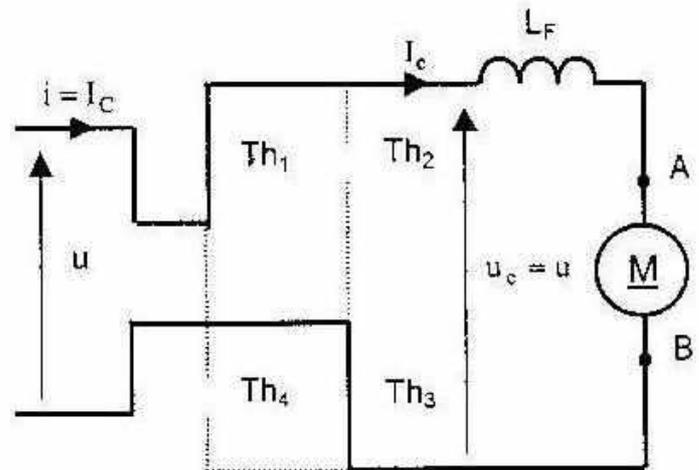
Deuxième partie : Etude du pont tout thyristors (figure 3)

II-1-1) Représentation de la tension u_c et du courant i fourni par le réseau pour $\psi = \pi/3$:

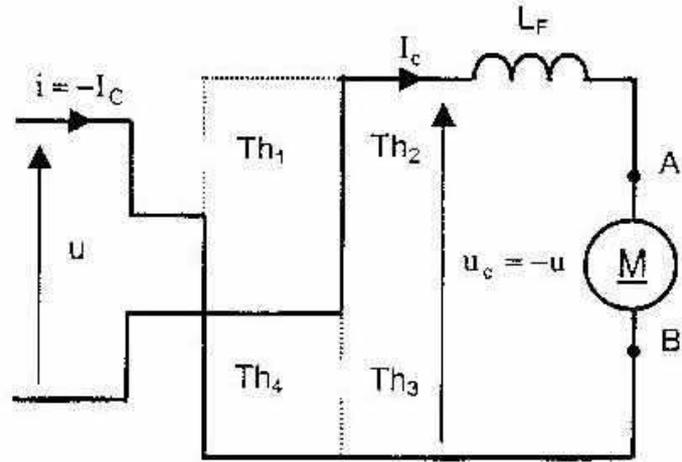


Notons : $\theta = \omega t$.

A l'instant défini par $\theta = \psi$, une impulsion est envoyée sur la gâchette des thyristors Th₁ et Th₃ ; la tension v_{AK} à leurs bornes étant positive, ces thyristors sont amorcés et ils deviennent passants tandis que Th₂ et Th₄ se bloquent. Comme le montre la figure ci-contre, la tension redressée est : $u_c = u$ et l'intensité du courant fourni par le réseau est $i = I_C$.



L'impulsion suivante est envoyée à l'instant $t = (\pi + \psi)/\omega$. Th_2 et Th_4 deviennent passants tandis que Th_1 et Th_3 se bloquent. Comme le montre la figure ci-contre, la tension redressée est : $u_c = -u$ et l'intensité du courant fourni par le réseau est $i = -I_C$.



II-1-2) Calcul de la tension moyenne à la sortie du pont :

La tension redressée a pour période angulaire π . Dans l'intervalle $[\psi; \pi + \psi]$, on a : $u_c = u$.

La valeur moyenne de la tension est obtenue à partir de l'expression :

$$U_{CMOY} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} u \cdot d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} U\sqrt{2} \sin \theta \cdot d\theta = \frac{U\sqrt{2}}{\pi} [-\cos \theta]_{\psi}^{\pi+\psi}$$

$$U_{CMOY} = \frac{U\sqrt{2}}{\pi} \left[\underbrace{-\cos(\pi + \psi)}_{\cos \psi} + \cos \psi \right] \Rightarrow \boxed{U_{CMOY} = \frac{2U\sqrt{2}}{\pi} \cos \Psi}$$

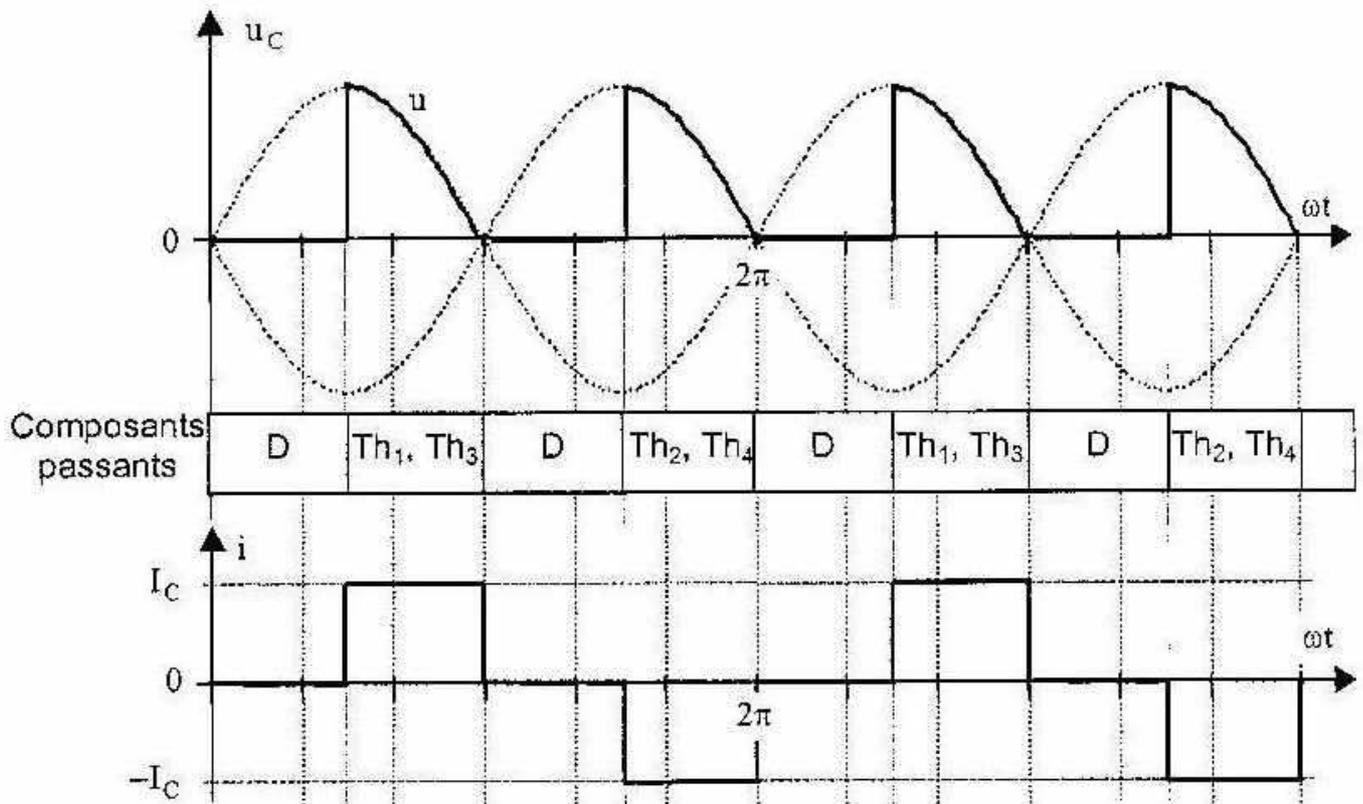
Pour $\psi > \pi/2$, la valeur moyenne de la tension à la sortie du pont devient négative (car $\cos \psi < 0$ pour $\psi > \pi/2$). Le courant I_C étant maintenu constant, la puissance change de signe également : la machine tournante renvoie de l'énergie au réseau (phase de récupération).

II-1-3) Application numérique : Pour $\psi = \pi/3$ et $I_C = 40$ A .

- $U_{CMOY} = \frac{2 \times 400 \times \sqrt{2}}{\pi} \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{U_{CMOY} = 180 \text{ V}}$;
- $P = U_{CMOY} \cdot I_C = 180 \times 40 \Rightarrow \boxed{P = 7,2 \text{ kW}}$ (puissance P absorbée par le moteur) ;
- Par définition la valeur efficace I du courant i prélevé au réseau est : $I = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt$, soit :
 $I = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{\psi}^{\pi+\psi} (+I_C)^2 d\theta + \int_{\pi+\psi}^{2\pi+\psi} (-I_C)^2 d\theta \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{2\pi-\psi} I_C^2 d\theta \Rightarrow \boxed{I = I_C} \Rightarrow \boxed{I = 40 \text{ A}}$;
- $S = U \cdot I = 400 \times 40 \Rightarrow \boxed{S = 16 \text{ kVA}}$ (puissance apparente de l'installation) ;
- $k = P/S = 7,2/16 \Rightarrow \boxed{k = 0,45}$ (facteur de puissance de l'installation).

Troisième partie : Fonctionnement en pont mixte (figure 4)

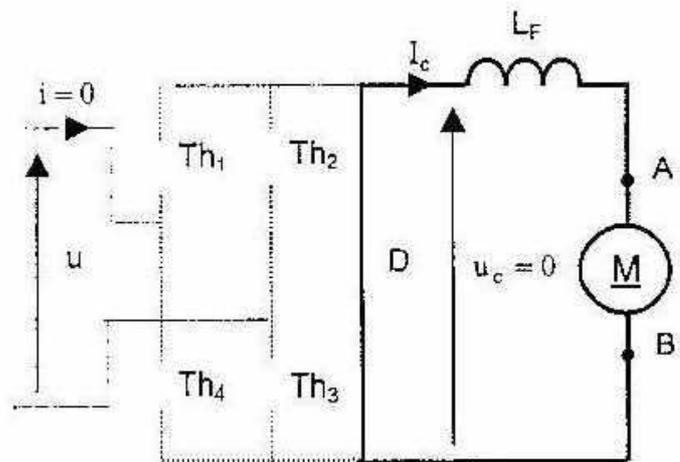
III-1) Représentation de la tension u_c à la sortie du pont et du courant i fourni par le réseau alternatif pour un angle de retard à l'amorçage $\psi = \pi/2$:



A l'instant défini par $\theta = \psi$, une impulsion est envoyée sur la gâchette des thyristors Th_1 et Th_3 , ceux-ci deviennent passants, la tension redressée est : $u_c = u$ et l'intensité du courant fourni par le réseau est $i = I_C$.

A l'instant défini par $\theta = \pi$, la tension u change de signe, ce qui entraîne la mise en conduction de la diode D (la tension v_{AK} à ses bornes devient positive). L'intervalle $[\pi; \pi + \psi]$ correspond à une phase de roue libre : tous les thyristors sont bloqués et le courant I_C circule à travers D .

Une phase identique a lieu après la conduction des thyristors Th_2 et Th_4 .



III-2) La tension moyenne à la sortie du pont a pour expression : $U_{CMOY} = \frac{2U\sqrt{2}}{\pi} (1 + \cos \Psi)$.

$$\text{On a donc : } (1 + \cos \Psi) = \frac{\pi U_{CMOY}}{2U\sqrt{2}} \Rightarrow \cos \Psi = \frac{\pi U_{CMOY}}{2U\sqrt{2}} - 1$$

Pour $U_{CMOY} = 180 \text{ V}$, on a : $\cos \Psi = \frac{\pi \times 180}{2 \times 400 \sqrt{2}} - 1 \Rightarrow \cos \Psi \approx -0,5$

L'angle de retard à l'amorçage Ψ donnant $U_{CMOY} = 180 \text{ V}$ est donc :

$$\Psi = \cos^{-1}(-0,5) \Rightarrow \Psi = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \text{ ou } \Psi = 120^\circ.$$

III-3) La valeur efficace I du courant i prélevé au réseau est : $I = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt$, soit :

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{\Psi}^{\pi} (+I_C)^2 d\theta + \int_{\pi+\Psi}^{2\pi} (-I_C)^2 d\theta \right\}} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\Psi}^{\pi} I_C^2 d\theta} \Rightarrow I = I_C \sqrt{\frac{\pi - \Psi}{\pi}}$$

III-4) Application numérique : Pour $I_C = 50 \text{ A}$ et $U_{MOY} = 180 \text{ V}$.

- $P = U_{CMOY} \cdot I_C = 180 \times 50 \Rightarrow P = 9 \text{ kW}$ (puissance absorbée par le moteur) ;

- $I = I_C \sqrt{\frac{\pi - \Psi}{\pi}}$ avec $\Psi = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow I = 50 \times \sqrt{\frac{\pi - \frac{2\pi}{3}}{\pi}} = 50 \times \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow I = 28,9 \text{ A}$ (valeur efficace du courant i débité par le réseau) ;

- $S = U \cdot I = 400 \times 50 \Rightarrow S = 20 \text{ kVA}$ (puissance apparente mise en jeu par le réseau) ;

- $k = P/S = 9/20 \Rightarrow k = 0,45$ (facteur de puissance de l'installation).

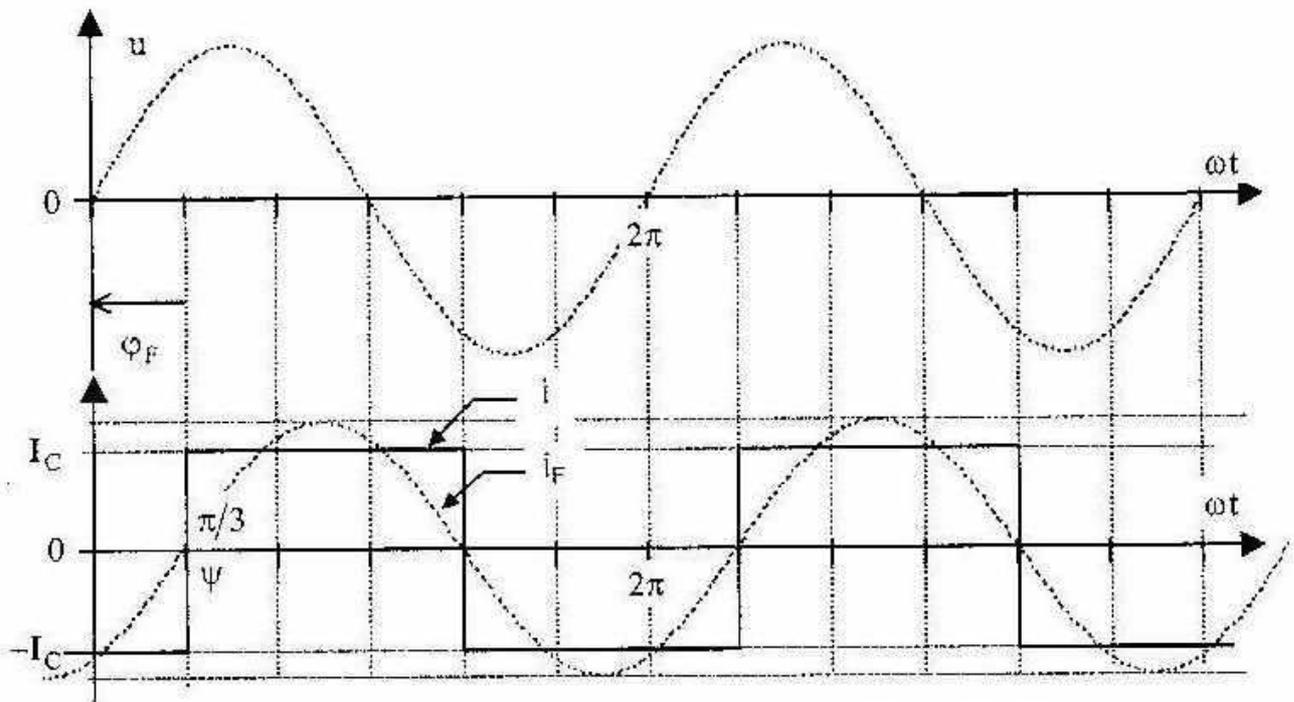
III-5) Ce pont n'est pas réversible car la tension qu'il délivre à la charge ne peut pas changer de signe ; comme il en est de même pour l'intensité du courant de tout pont redresseur, la puissance ne peut pas s'inverser et il est impossible pour la charge de renvoyer de l'énergie au réseau.

Quatrième partie : Amélioration du facteur de puissance avec un circuit LC

IV-1) En pont tout thyristors, on a : $I = I_C = 50 \text{ A}$.

La puissance apparente de l'installation est : $S = U \cdot I = 400 \times 50 \Rightarrow S = 20 \text{ kVA}$.

IV-2-1) Représentation du fondamental i_F du courant i :



L'amplitude de i_F a pour valeur : $I_{F \max} = 4I_C / \pi \Rightarrow I_{F \max} = 63,7 \text{ A}$.

Le courant i_F étant sinusoïdal, sa valeur efficace est : $I_F = I_{F \max} / \sqrt{2} \Rightarrow I_F = 45 \text{ A}$.

Le déphasage ϕ_F du fondamental du courant est en retard par rapport à la tension du réseau. Il est égal à l'angle ψ de retard à l'amorçage des thyristors, on a donc :

$\phi_F = \psi$, soit ici : $\phi_F = \pi/3$.

IV-2-2) La puissance active absorbée par l'installation est : $P = U \cdot I_F \cdot \cos \phi_F$.

La puissance réactive est : $Q = U \cdot I_F \cdot \sin \phi_F$

Pour $I_C = 50 \text{ A}$ et $\psi = \pi/3$, on a donc : $P = 9 \text{ kW}$; $Q \approx 15,6 \text{ k var}$ et $k = P/S = 0,45$.

IV-3) $S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$ D étant la "puissance déformante" (en "volt ampère déformant"),

$\Rightarrow D^2 = S^2 - P^2 - Q^2 \Rightarrow D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \Rightarrow D \approx 8,7 \text{ vad}$.

Pour améliorer le facteur de puissance, il faut diminuer les termes "Q" et "D".

IV-4) Action du circuit LC sur la puissance réactive

IV-4-1) Pour $f = 50 \text{ Hz}$, l'impédance complexe du circuit LC est :

$$Z_{LC} = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} \Rightarrow Z_{LC} = j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \Rightarrow Z_{LC} = -14,15j \text{ ou } Z_{LC} = \left[14,15 \Omega ; -\frac{\pi}{2} \right]$$

Le circuit LC a un comportement capacitif (réactance négative).

L'intensité complexe du courant qui le traverse est donc : $\underline{I}_Q = \frac{U}{Z_{LC}}$ et sa valeur efficace :

$$I_Q = \frac{U}{Z_{LC}} = \frac{400}{14,15} \Rightarrow \boxed{I_Q = 28,3 \text{ A}}$$

IV-4-2) La puissance réactive dans le circuit LC est : $Q_{LC} = U \cdot I \cdot \sin \varphi_{LC} \Rightarrow \boxed{Q_{LC} = -11,3 \text{ k var}}$

Sa valeur absolue $|Q_{LC}|$ est donc fournie par le circuit LC au réseau.

IV-4-3) $Q_t = Q + Q_{LC} = 15,6 - 11,3 \Rightarrow \boxed{Q_t = 4,3 \text{ k var}}$ (nouvelle puissance réactive).

IV-5) **Action du circuit LC sur la puissance déformante**

IV-5-1) Pour $f = 150 \text{ Hz}$, l'impédance du circuit LC est :

$$Z_{LC} = j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \Rightarrow \boxed{Z_{LC} = 1 \cdot 10^{-3} j}$$

L'impédance présentée à cette même fréquence par l'inductance λ est : $z_\lambda = j\lambda\omega \Rightarrow \boxed{z_\lambda = 0,377 j}$.

Pour $f = 150 \text{ Hz}$, l'impédance du circuit LC est très inférieure à celle de l'inductance λ .

IV-5-2) Le circuit LC présentant une impédance très faible pour $f = 150 \text{ Hz}$, il se comporte comme un court-circuit vis-à-vis de l'harmonique 3 de i . Le réseau n'est donc pas affecté par cet harmonique.

C'est la puissance déformante D qui est modifiée par cette action du circuit LC.

IV-5-3) Pour une confirmation quantitative on peut utiliser un wattmètre (pour mesurer la puissance active P), et un voltmètre et un ampèremètre pour déterminer la puissance apparente S ; on pourrait ainsi montrer que le facteur de puissance k est amélioré.

Un analyseur de spectre permettrait de montrer que le circuit LC permet de réduire l'amplitude des harmoniques autres que le fondamental.