

ELECTROTECHNIQUE 1989-Durée : 2 heures

I-10 points-

On admet que la charge du condensateur est une fonction du temps deux fois dérivable, qui vérifie à tout instant t de \mathbb{R}^+ , l'équation différentielle :

$$Lq''(t) + Rq'(t) + \frac{1}{C}q(t) = 0 \quad (1)$$

- 1- On donne $L=10\text{H}$, $C=0,2\text{F}$, $R=22,5 \Omega$ (q est exprimée en coulombs)
déterminer la solution q de l'équation (1) telle que :

$$q(0)=1 \text{ et } q'(0)=13/4$$

- 2- a) Etudier la fonction g définie sur \mathbb{R}^+ par :

$$g(t) = -2e^{-2t} + 3e^{-\frac{1}{4}t}$$

on montrera en particulier que la dérivée g' s'annule pour un nombre a et un seul dont on donnera la valeur exacte puis on déterminera une valeur approchée à 10^{-2} près de a et de $g(a)$;

b) déterminer les valeurs approchées à 10^{-2} près de $g(1), g(2), g(4), g(8), g(16)$;

On présentera ces résultats sous forme de tableau;

c) Construire la courbe représentative C de g dans un repère orthonormé (unité: 1 cm).

On précisera la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.

- 3- Utiliser l'étude précédente pour déterminer une valeur approchée à 0,5 seconde près de l'instant où la charge q du condensateur est devenue inférieure à 0,2 coulombs.

II-10 points-

Soit f la fonction numérique périodique de période 2π , impaire, définie par :

$$f(x) = x \quad \text{si } 0 \leq x < \frac{\pi}{2}$$

$$f(x) = x - \frac{\pi}{2} \quad \text{si } \frac{\pi}{2} \leq x < \pi$$

$$f(\pi) = 0$$

- 1- Le plan est muni d'un repère orthonormé (l'unité est le centimètre).

Représenter graphiquement f sur l'intervalle $[-3\pi; 3\pi]$.

- 2- a) Calculer pour tout entier n positif ou nul les coefficients de Fourier a_n et b_n de la fonction f .

b) Vérifier que f satisfait aux conditions de Dirichlet sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$ et préciser la somme de la série de Fourier de la fonction f pour tout réel x de l'intervalle $[0; \pi]$.

c) En utilisant ce développement lorsque $x = \frac{\pi}{2}$, déterminer la somme de la série

$$\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1}$$