PARTIE OPTIQUE (durée conseillée 1 h 15 mn)

MESURE DE L'ÉCART ANGULAIRE D'UNE ÉTOILE DOUBLE

Note au candidat* : *De nombreuses questions peuvent être traitées les unes indépendamment des autres ou bien en utilisant des résultats donnés dans les questions précédentes.

Objectif : Une étoile double est un système composé de deux étoiles très rapprochées. Le but de l'exercice est de déterminer la distance angulaire entre ces deux étoiles. La mesure se fera à l'aide d'un montage interférométrique de type "fentes d'Young".

Partie 1 : Source unique S_0 à distance finie placée sur l'axe optique

Dans cette première partie, on se placera dans une configuration simplifiée du montage interférométrique de type "fentes d'Young" (**Figure 1**).

S_0 représente une source monochromatique.

F_1 et F_2 sont des fentes fines identiques et parallèles.

(E) est l'écran d'observation des franges d'interférence.

D est la distance entre le plan des fentes et l'écran d'observation (E).

a est la distance entre les deux fentes.

λ est la longueur d'onde de la source.

O est l'intersection entre l'axe optique et l'écran.

1.1 - Qu'appelle-t-on source monochromatique ? Donner un exemple de source monochromatique émettant dans le rouge.

1.2 - Soit δ_s la différence de marche entre les deux rayons issus de S_0 et définis par les chemins S_0F_1M et S_0F_2M.

Déterminer l'expression de $\delta_s = [S_0F_2M] - [S_0F_1M]$ en fonction de a, D et x où x est l'abscisse du point M : $x = \overline{OM}$. On supposera D >> a et D >> x. On prendra x > 0 lorsque M sera au-dessus de l'axe optique (**Figure 1**).

1.3 - Calculer l'expression de l'ordre d'interférence p en M en fonction de a, D, x et λ.

1.4 - Application numérique : D = 1,00 m, x = 1,00 cm, a = 0,400 mm, λ = 0,500 μm. Calculer l'ordre d'interférence en M.

1.5 - La frange passant par M est-elle claire ou sombre ?

1.6 - Donner sans démonstration l'expression de l'interfrange et calculer sa valeur numérique.

Partie 2 : Source unique à l'infini

2.1 - Dans cette partie la source est une étoile E_1 à l'infini dont les rayons sont inclinés d'un angle $+\alpha > 0$ par rapport à l'axe optique (**Figure 2**).

2.1.1 - Soit δ_{e1} la différence de marche entre les deux rayons (1) et (2) définis par E_1F_1 et E_1F_2, et soit H_1 la projection orthogonale de F_1 sur le rayon (2) ; exprimer $\delta_{e1} = [E_1F_2] - [E_1F_1]$ en fonction de a et de $\sin\alpha$.

2.1.2 - En admettant que la différence de chemin optique totale $\Delta_1 = [E_1F_2M] - [E_1F_1M]$ vaille $\Delta_1 = \delta_{e1} + \delta_s$, exprimer Δ_1 en fonction de a, α, x et D.

Que devient cette expression pour un angle α petit ?

2.1.3 - I_0 représente l'intensité de l'onde sortant de l'une <u>ou</u> de l'autre des deux fentes. Donner, en fonction de I_0, a, α, x, λ et D, l'expression de l'intensité $I_1(M)$ au point M de l'écran (E), dans le cas où l'angle α est petit.

2.2 - La source est maintenant une étoile unique E_2, à l'infini, dont les rayons sont inclinés par rapport à l'axe optique d'un angle $-\alpha$ ($-\alpha < 0$) (**Figure 3**).

2.2.1 - Soit δ_{e2}, la différence de marche entre les deux rayons (1) et (2) définis par E_2F_1 et E_2F_2, et soit H_2 la projection orthogonale de F_2 sur le rayon (1) ; exprimer $\delta_{e2} = [E_2F_2]-[E_2F_1]$ en fonction de a et de $\sin\alpha$.

2.2.2 - En admettant que la différence de chemin optique totale $\Delta_2 = [E_2F_2M]-[E_2F_1M]$ vaille $\Delta_2 = \delta_{e2} + \delta_s$, exprimer Δ_2 en fonction de a, α, x et D.

Que devient cette expression pour un angle α petit ?

2.2.3 - Donner, en fonction de I_0, a, α, x, λ et D, l'expression de l'intensité $I_2(M)$ au point M de l'écran (E), dans le cas où l'angle α est petit.

<u>Partie 3</u> : <u>Étude d'une étoile double (Méthode de Fizeau)</u>

Dans cette troisième partie, les sources E_1 et E_2 représentent l'étoile double. L'angle 2α entre les deux étoiles est très petit (**Figure 4**).

Les deux étoiles sont supposées émettre la même intensité pour une même longueur d'onde λ sélectionnée par un filtre.

La distance a entre les fentes est réglable.

3.1 - Les sources E_1 et E_2 sont-elles cohérentes entre elles ? Peuvent-elles interférer entre elles ?

3.2 - $I_{12}(M)$ représente l'intensité en un point M de l'écran lorsque les deux étoiles E_1 et E_2 éclairent simultanément les fentes d'Young. On peut écrire : $I_{12}(M) = I_1(M) + I_2(M)$.

Montrer que $I_{12}(M)$ est de la forme : $I_{12}(M) = 4I_0\left(1 + C.\cos\left(\frac{2\pi\, ax}{\lambda\, D}\right)\right)$ où $C = \cos\left(\frac{2\pi\, a\, \alpha}{\lambda}\right)$

représente le contraste des franges.

On rappelle que : $\cos(a) + \cos(b) = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$.

3.3 - Soit a_k avec k = { 0, 1, 2, ... }, les différentes valeurs de a qui annulent le contraste des franges. Exprimer a_k en fonction de α, λ et k.

3.4 - Pour mesurer la distance angulaire 2α entre les deux étoiles, on fait varier la distance a entre les deux fentes. On constate que les franges disparaissent pour une valeur minimale de a : $a_{min} = a_0 = 32{,}6$ cm. En déduire l'écart angulaire 2α entre les deux étoiles.

DOCUMENT ANNEXE OPTIQUE.

Figure 1

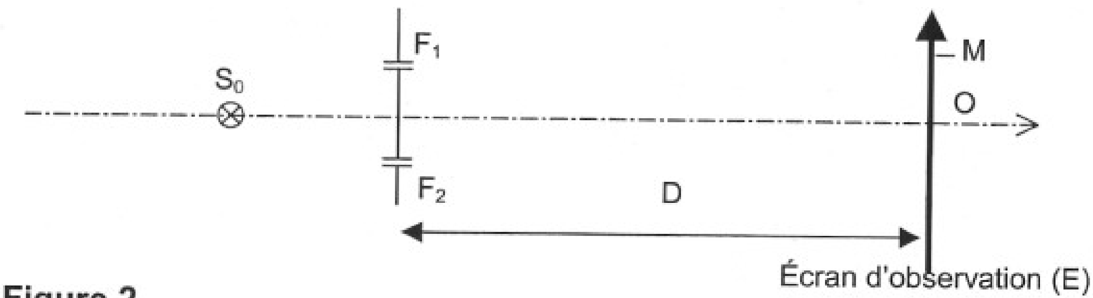

Figure 2

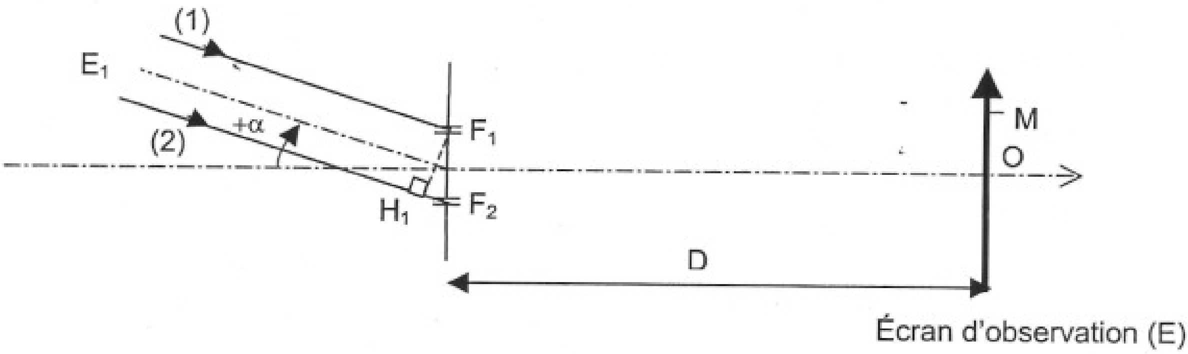

Figure 3

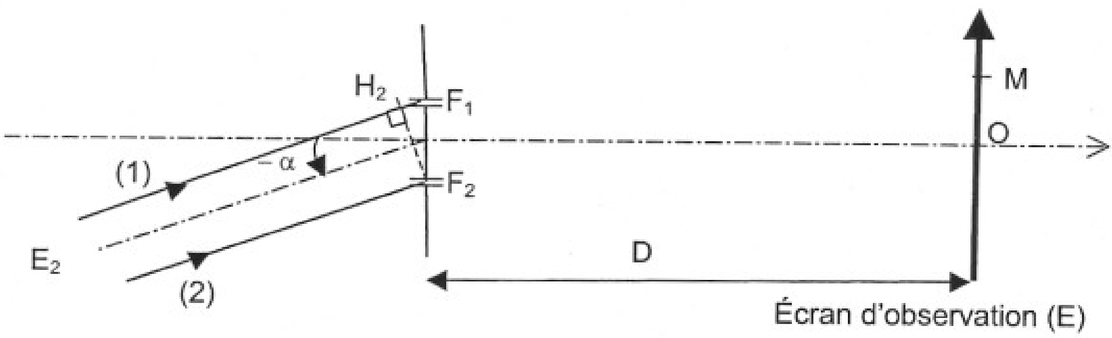

Figure 4