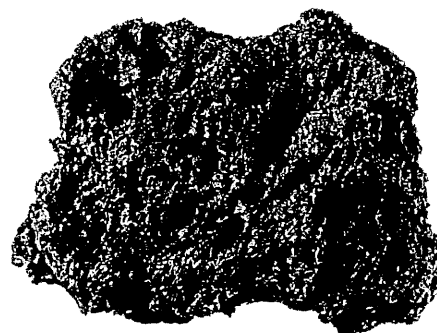


Introduction du sujet (commune aux 3 parties) :

L'ensemble du sujet concerne l'étude des différentes parties d'une « **ligne argon** ». Ce dispositif mis au point par un laboratoire de recherche permet de dater les roches en déterminant la quantité d'argon (**Ar**) produite par désintégration radioactive du potassium (**K**). La détermination de l'âge des roches utilise la méthode de datation isotopique potassium-argon (**K-Ar**), mise au point par Aldrich et Nier en 1948.



La figure 1 page 2/18 schématise l'ensemble de la « **ligne argon** » ainsi que son fonctionnement.

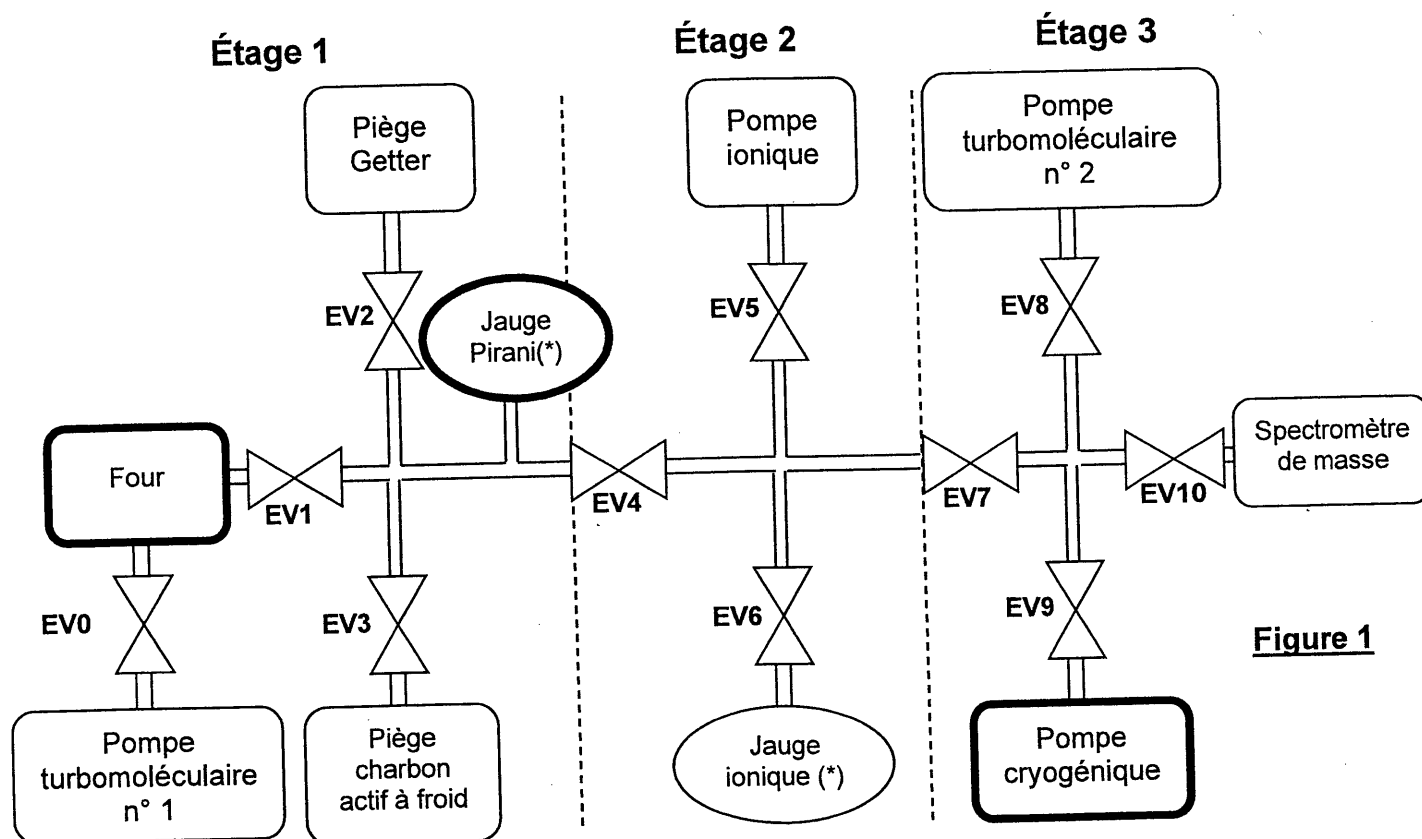


Figure 1

Descriptif simplifié du fonctionnement de la « ligne argon » :

En pilotant les pompes et les différentes électrovannes (EV), on fait préliminairement le vide dans le dispositif pour éliminer toute molécule qui pourrait parasiter les résultats. On place l'échantillon de roche à analyser dans le **four**. On le chauffe jusqu'à **environ 1000°C**. La température sera contrôlée par un dispositif optique appelé **pyromètre**.

La roche va fondre et va alors libérer différents composés sous forme gazeuse ainsi que les gaz qui étaient contenus dans cette roche (H_2 , O_2 , composés oxygénés, molécules lourdes, Ne, H_2O , He, Ar, etc). La plupart des molécules seront piégées par le « piège Getter » et le piège charbon actif à froid.

Les gaz restants dont l'argon seront piégés par condensation au sein de la **pompe cryogénique**. Le but, en jouant sur la température de la pompe cryogénique, sera de ne relâcher que le gaz qui nous intéresse c'est-à-dire l'argon et de l'acheminer vers le spectromètre de masse pour le doser.

La jauge **Pirani** et la jauge ionique permettent de mesurer et de contrôler les faibles pressions. On étudiera en détail le principe de fonctionnement de la Jauge **Pirani**.

EXERCICE 1 : OPTIQUE (durée conseillée 1 h 20)

Les différentes parties sont indépendantes.

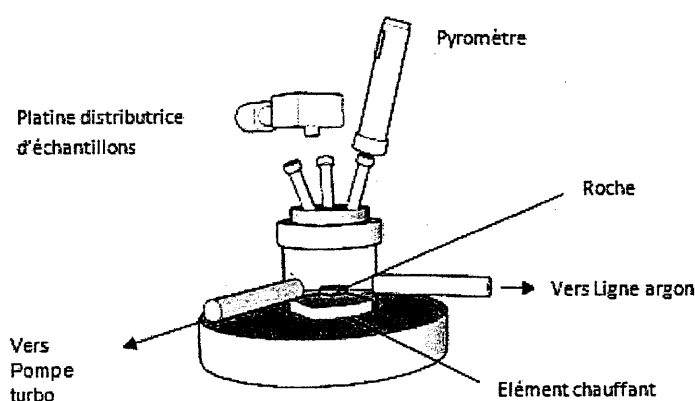
On s'intéresse, dans cet exercice, à la mesure de la température dans le four. Celle-ci se fait avec un pyromètre qui utilise un procédé optique. Le **document 1 page 3/18**, ci-dessous, est le schéma du montage du four avec le pyromètre. Le **document 2 page 3/18** explique le principe général d'un pyromètre optique. Le **document 3 page 4/18** donne quelques caractéristiques techniques du pyromètre.

L'exercice comporte trois parties :

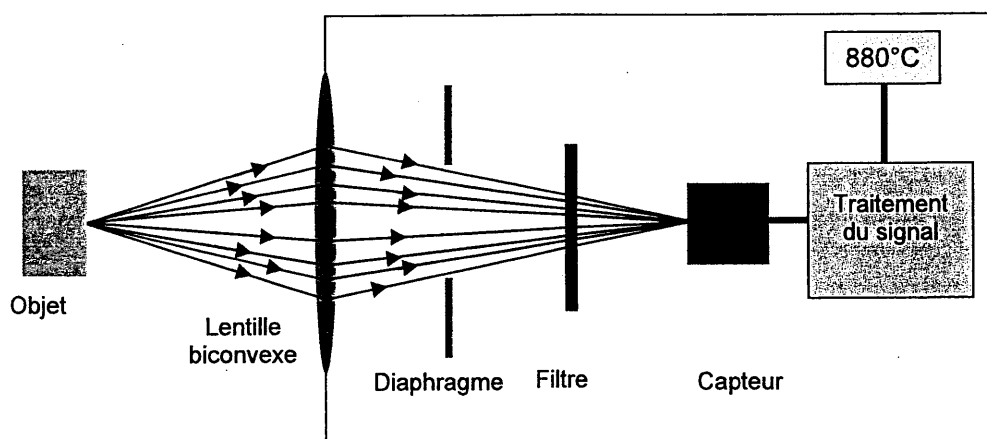
- La première partie aborde le traitement antireflet des lentilles utilisées dans les pyromètres.
- Dans la deuxième partie, on cherche à déterminer la surface du spot de mesure, par des considérations d'optique géométrique.
- Dans la troisième partie, on déterminera la température de surface de la roche.

Document 1 : schéma du four

Le fragment de roche est placé dans un élément chauffant. Le four est surmonté de trois hublots. L'un des trois, transparent, est utilisé pour y placer le pyromètre.



Document 2 : schéma de principe d'un pyromètre optique



Tout corps émet un rayonnement infrarouge dont l'intensité varie avec la température. L'objet (ici la roche) est chauffé. Le rayonnement infrarouge qu'il émet est focalisé par une lentille convergente sur un photodétecteur. Le filtre permet de sélectionner un intervalle de longueur d'onde dans le domaine de l'infrarouge. Le signal reçu par le capteur est ensuite traité pour afficher la température.

Document 3 : données techniques du pyromètre

Plage de mesure : 250 – 1600°C

Bande spectrale : 1,0 – 1,7 μm

Taille de l'objet : 1,4 mm

Précision : 0,3 % de la valeur

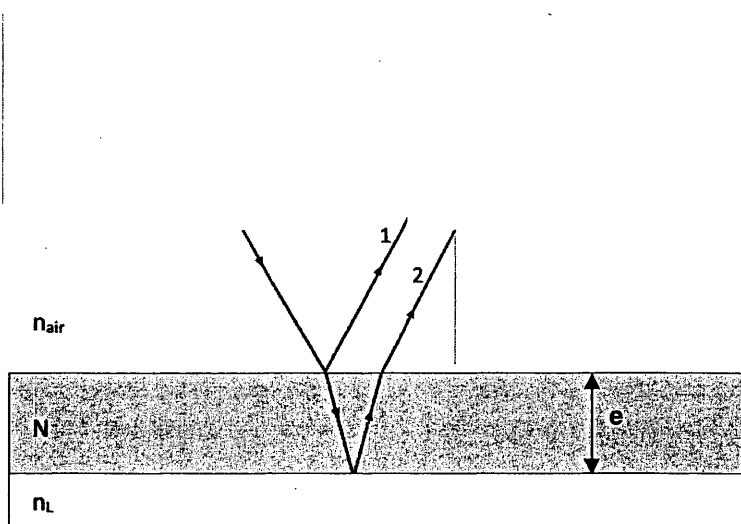
Temps de réponse : ≤ 2 ms

PARTIE 1 : NÉCESSITÉ D'UN TRAITEMENT ANTIREFLET DES LENTILLES.

On se propose de montrer l'intérêt d'un traitement antireflet des lentilles utilisées dans les pyromètres. Pour simplifier, on considère qu'il n'y a qu'une seule lentille (**document 2 page 3/18**), réalisée à l'aide de sélénure de zinc (ZnSe) et d'indice n_L . Le diamètre de la lentille est $D = 1,0$ cm. Les faces de la lentille ont subi un traitement antireflet monocouche avec un matériau d'indice de réfraction noté N . L'indice de l'air est noté n_{air} et on admettra que $n_{\text{air}} = 1,00$.

Le **document 4 page 4/18** rappelle le principe de l'antireflet :

Document 4 : principe de l'antireflet



Il est fondé sur la nature ondulatoire de la lumière et le phénomène des interférences lumineuses. Le principe du traitement antireflet consiste à déposer sur la lentille une couche d'indice de réfraction N telle que les ondes réfléchies 1 et 2 (voir schéma ci-contre) soient en opposition de phase afin de supprimer la lumière réfléchie par interférence destructive.

On s'intéresse dans un premier temps à la face d'entrée de la lentille.

Q1 - Donner la relation entre la différence de marche δ entre les ondes réfléchies 1 et 2 du **document 4 page 4/18** et la longueur d'onde λ dans le cas d'interférences destructives.

Q2 - On donne l'expression de la différence de marche δ en fonction de N et e , sous incidence normale, entre les ondes réfléchies 1 et 2 (**document 4 page 4/18**): $\delta = 2N.e$

Montrer que l'épaisseur minimale de la couche antireflet est : $e_{\min} = \frac{\lambda}{4N}$

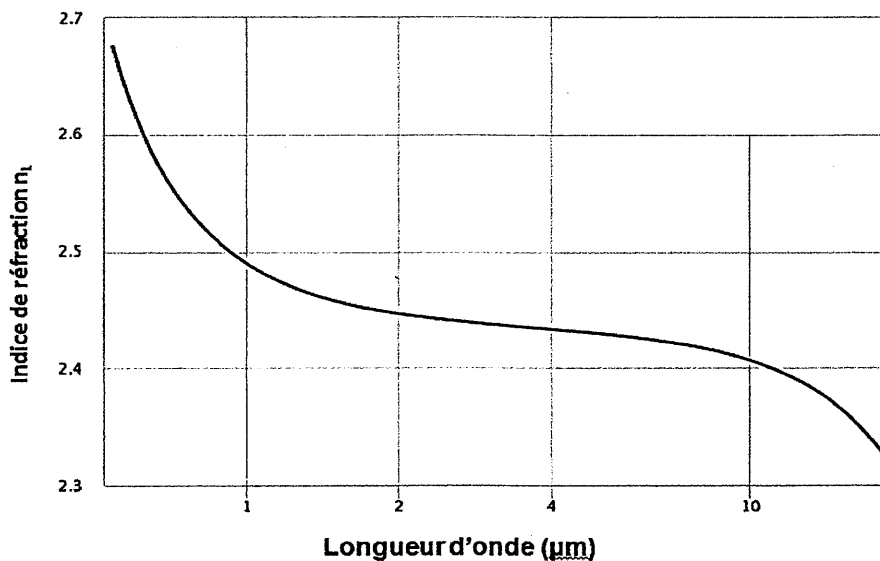
Q3 - Les lentilles fabriquées en sélénure de zinc (ZnSe) sont recouvertes d'un matériau antireflet.

À l'aide des **documents 3 et 5 pages 4/18 et 5/18**, déterminer l'indice de réfraction n_L du sélénure de zinc pour la **longueur d'onde moyenne de la bande spectrale du pyromètre**.

Q4 - Dans le cas d'interférences destructives, l'indice de la couche antireflet vérifie la relation : $N = \sqrt{n_L}$.
En déduire l'indice de réfraction N de la couche antireflet.

Calculer l'épaisseur minimale $e_{\min}$ de la couche antireflet appliquée sur la face d'entrée de la lentille.

Document 5 : Indice de réfraction du sélénure de zinc en fonction de la longueur d'onde.

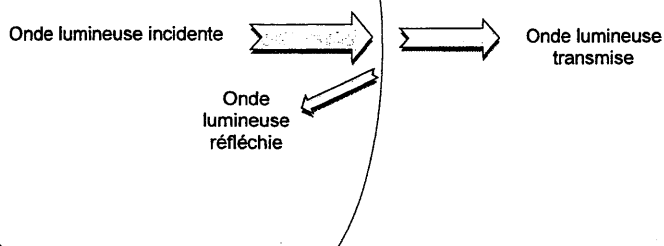


On considère maintenant la face de sortie de la lentille. On peut l'assimiler à un dioptre séparant deux milieux d'indices différents. Le **document 6 page 5/18** rappelle les formules de Fresnel.

Document 6

Lentille (milieu 1)

Air (milieu 2)



Les formules de Fresnel donnent en incidence normale les facteurs de réflexion R et de transmission T en intensité à travers un dioptre séparant deux milieux (1 et 2 d'indice respectif n_1 et n_2) :

$$R = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} \text{ et } T \text{ se déduit de } R \text{ par : } R + T = 1.$$

Pour n dioptries, le facteur de transmission sera supposé égal à T^n .

Q5 - Calculer le coefficient de réflexion en intensité, noté **R**, à travers le dioptre air / séléniure de zinc.

Q6 - Calculer le coefficient de transmission en intensité correspondant, noté **T**.

On considère maintenant les deux dioptres formés par la lentille non traitée.

Q7 - Calculer le coefficient de transmission en intensité, noté T_{L1} , de la lentille non traitée.

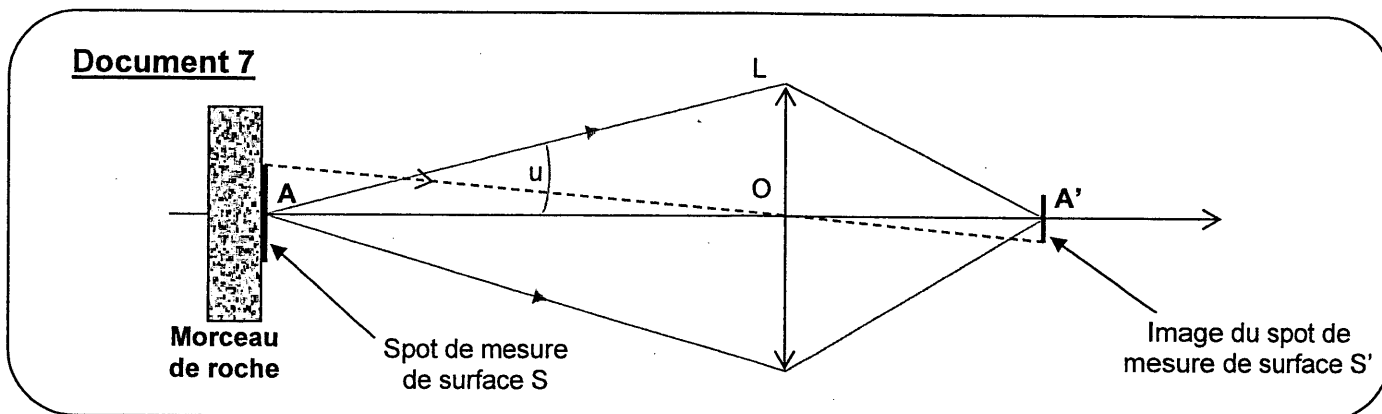
Q8 - Dans le cas où les deux faces sont traitées, le coefficient en transmission en intensité noté T_{L2} est égal à 99%. Conclure sur l'utilité du traitement antireflet.

PARTIE 2 : DÉTERMINATION DE LA TAILLE DU SPOT DE MESURE.

La mesure de température est réalisée à la surface de la roche. La surface utile de mesure est délimitée par un disque, appelé spot de mesure. La lentille du pyromètre forme une image du spot de mesure sur le capteur (voir **document 7 page 6/18**).

Une mesure de température est considérée satisfaisante si la surface du spot est inférieure à la surface de la roche.

Le schéma du **document 7 page 6/18** représente la lentille **L** du pyromètre optique. Celle-ci a une vergence $V = + 15 \text{ } \delta$ (dioptrie, $1 \text{ } \delta = 1 \text{ m}^{-1}$). Un morceau de roche de 2 mm^2 de surface est centré en **A** à **21,0 cm** de **O**. Le spot de mesure de surface **S** émet un rayonnement infrarouge depuis une des faces de la roche. Son image, de surface **S'**, se forme dans le plan du capteur, plan passant par **A'**.



Q10 - Soit γ le grandissement transversal de la lentille **L**.

Sachant que $\frac{S'}{S} = \gamma^2$, calculer la surface **S** du spot si $S' = 0,34 \text{ mm}^2$.

Q11 - Expliquer pourquoi les conditions de mesure réalisées avec le pyromètre sont satisfaisantes.

EXERCICE 2 : MÉCANIQUE, THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE (durée conseillée 1 h 20 min)

Les différentes parties ainsi que de nombreuses questions au sein de chaque partie sont indépendantes.

PARTIE 1 : MÉTHODE DE DATATION POTASSIUM-ARGON.

La méthode de datation potassium-argon (K-Ar) permet de dater avec une bonne précision l'ensemble des **4,55 milliards d'années** d'histoire de la Terre. Les données générales utiles au problème sont regroupées dans le **document 9 page 8/18**.

Les roches volcaniques contiennent du potassium et en particulier un isotope radioactif le potassium 40. Au cours du temps la quantité de cet isotope décroît suivant **plusieurs modes de désintégrations**.

- **1^{er} mode** : le potassium 40 produit principalement du calcium 40 par désintégration β^- de constante radioactive λ_1 .
- **2^{ème} mode** : le potassium 40 produit de façon minoritaire de l'argon 40 par capture électronique de constante radioactive λ_2 suivant l'équation : ${}^{40}_{19}\text{K} + {}^0_{-1}\text{e} = {}^{40}_{18}\text{Ar} + \gamma + \nu_e$.

Il s'agit ici d'un noyau de potassium 40 qui capture un électron de son cortège électronique. Le noyau de potassium 40 se transforme alors en donnant de l'argon 40 qui est emprisonné à l'état gazeux dans la roche.

Document 9 : Données diverses

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Numéros atomiques : **Ar(18), K(19), Ca(20)**

Masse molaire atomique de ${}^{40}\text{K} = 39,96 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Volume molaire (CNTP) : $V_m = 22,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$\lambda_1 = 4,962 \cdot 10^{-10} \text{ an}^{-1}$$

$$\lambda_2 = 0,581 \cdot 10^{-10} \text{ an}^{-1}$$

Notation d'un élément : ${}_Z^A\text{X}$ (A : nombre de nucléons, Z : numéro atomique, X : symbole de l'élément chimique)

Nom de la particule	neutron	proton	électron
symbole	${}_0^1\text{n}$	${}_1^1\text{p}$	${}_{-1}^0\text{e}$

Loi de désintégration radioactive : $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ avec $N(t)$ nombre de noyaux radioactifs présents à l'instant t et N_0 nombre de noyaux radioactifs présents à l'instant $t_0 = 0$.

λ est la constante radioactive en s^{-1} .

Q14 - Écrire l'équation du premier mode de désintégration en précisant les lois de conservations utilisées.

Lors d'une éruption, sous l'effet des variations de pression et de température la roche fond et perd son argon 40, on parle de « **dégazage** », puis elle se refroidit et se solidifie. À la date de l'éruption, la roche ne contient donc plus d'argon mais contient du potassium 40. On prendra cette date comme référence ($t = t_0 = 0$).

Au cours du temps t , la désintégration du potassium 40 va produire de l'argon 40 qui va de nouveau s'accumuler au sein de la roche tandis que la quantité de potassium 40 va elle décroître.

La connaissance des quantités de matières de ${}^{40}\text{K}$ et de ${}^{40}\text{Ar}$ d'un échantillon permet de dater l'âge de la roche.

Datation d'une roche volcanique

On place dans le dispositif un échantillon de masse $m = 100,0 \text{ mg}$ de roche volcanique (provenant de la formation géologique de **Hell creek** dans le Montana aux États-Unis d'Amérique) datant de la forte période éruptive à l'époque de l'extinction des dinosaures.

Le spectromètre de masse permet de déterminer le nombre d'atomes gazeux d'argon 40 présents dans l'échantillon, ce qui correspond à un volume d'argon mesuré dans les conditions normales de température et de pression de $V = 1,15 \cdot 10^{-9} \text{ L}$.

Q15 - Exprimer, en fonction des données, n_{Ar} , le ~~nombre de moles~~ *quantité de matière* d'atomes d'argon 40 présents lors de la mesure dans l'échantillon.

Q16 - En déduire l'expression du nombre d'atomes d'argon 40 présents lors de la mesure dans l'échantillon : N_{Ar}

Q17 - Calculer N_{Ar} .

La quantité de potassium est dosée dans un autre laboratoire par spectrométrie atomique d'absorption. On détermine que l'échantillon contient **4,5 %** en masse de potassium dont **0,0117 %** sous forme de potassium 40.

Q18 - Montrer que la masse de potassium radioactif contenue dans l'échantillon vaut $m_K = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ mg}$.

Q19 - Exprimer le nombre N_K d'atomes de potassium 40 présents lors de la mesure dans l'échantillon.

Q20 - Calculer N_K

On considérera que le potassium 40 ne se désintègre qu'en Argon 40 suivant le **2^{ème} mode** de désintégration par capture électronique.

Q21 - On note N_{K0} le nombre d'atomes de potassium 40 présents initialement lors de la solidification de la roche juste après l'éruption. Justifier simplement qu'à tout instant t , on a : $N_{K0} = N_{\text{Ar}} + N_K$.

Q22 - Calculer N_{K0} .

Q23 - À l'aide du résultat de la question précédente et en vous aidant du **document 9 page 8/18**, exprimer l'âge de la roche par cette méthode, noté t_{roche} .

Q24 - Vérifier que l'âge de la roche t_{roche} est de l'ordre de 67 millions d'années.

On peut affiner la valeur trouvée en tenant compte du premier mode de désintégration.

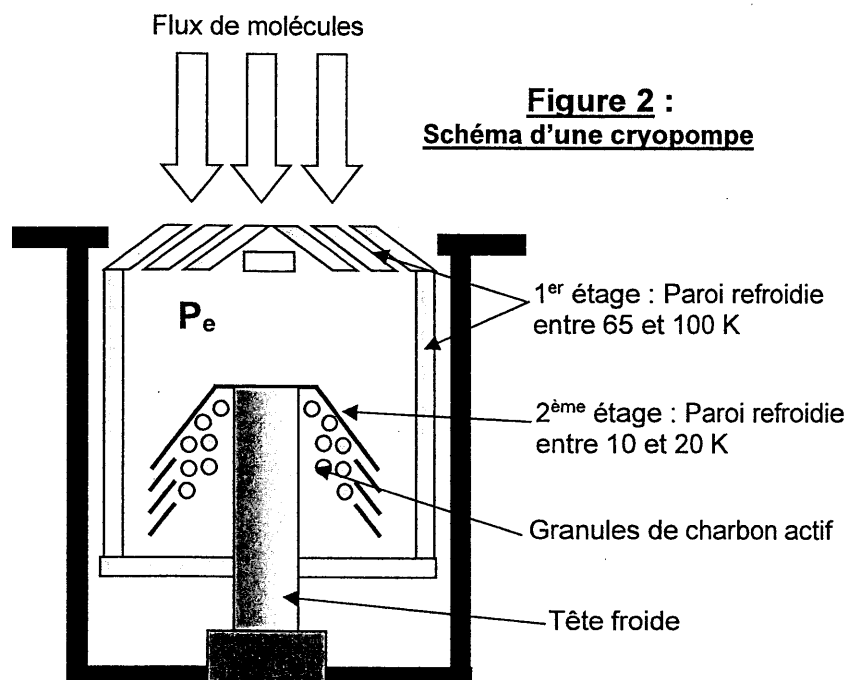
PARTIE 2 : POMPE CRYOGENIQUE.

La pompe est composée de 2 étages (ou parois) refroidis à des basses températures par une tête froide.

Le premier étage permet de piéger les molécules d'eau et le deuxième étage, les molécules d'argon.

Cette pompe cryogénique ou cryopompe (**figure 2 page 10/18**) ne contient aucune pièce mobile, elle va simplement diminuer la pression en piégeant des molécules de gaz par condensation sur une ou des parois froides.

« Si la pression partielle d'un gaz dans l'enceinte est supérieure à sa pression de vapeur saturante à la température de la paroi froide, ce gaz va se condenser sur la paroi ».



Une fois la roche chauffée, après utilisation des pièges, il reste uniquement un gaz dont la composition volumique est de **25 %** d'hélium (He), **30 %** de néon (Ne), **40 %** d'argon (Ar) et il reste tout de même **5 % d'eau**.

La mesure de la pression dans l'enceinte donne $P_e = 10^{-6}$ Pa.

Q25 - À quel changement d'état correspond la condensation ?

Q26 - Justifier la baisse de pression réalisée par la cryopompe.

Q27 - Montrer que la pression partielle de l'argon est $P_{Ar} = 4,0 \cdot 10^{-7}$ Pa.

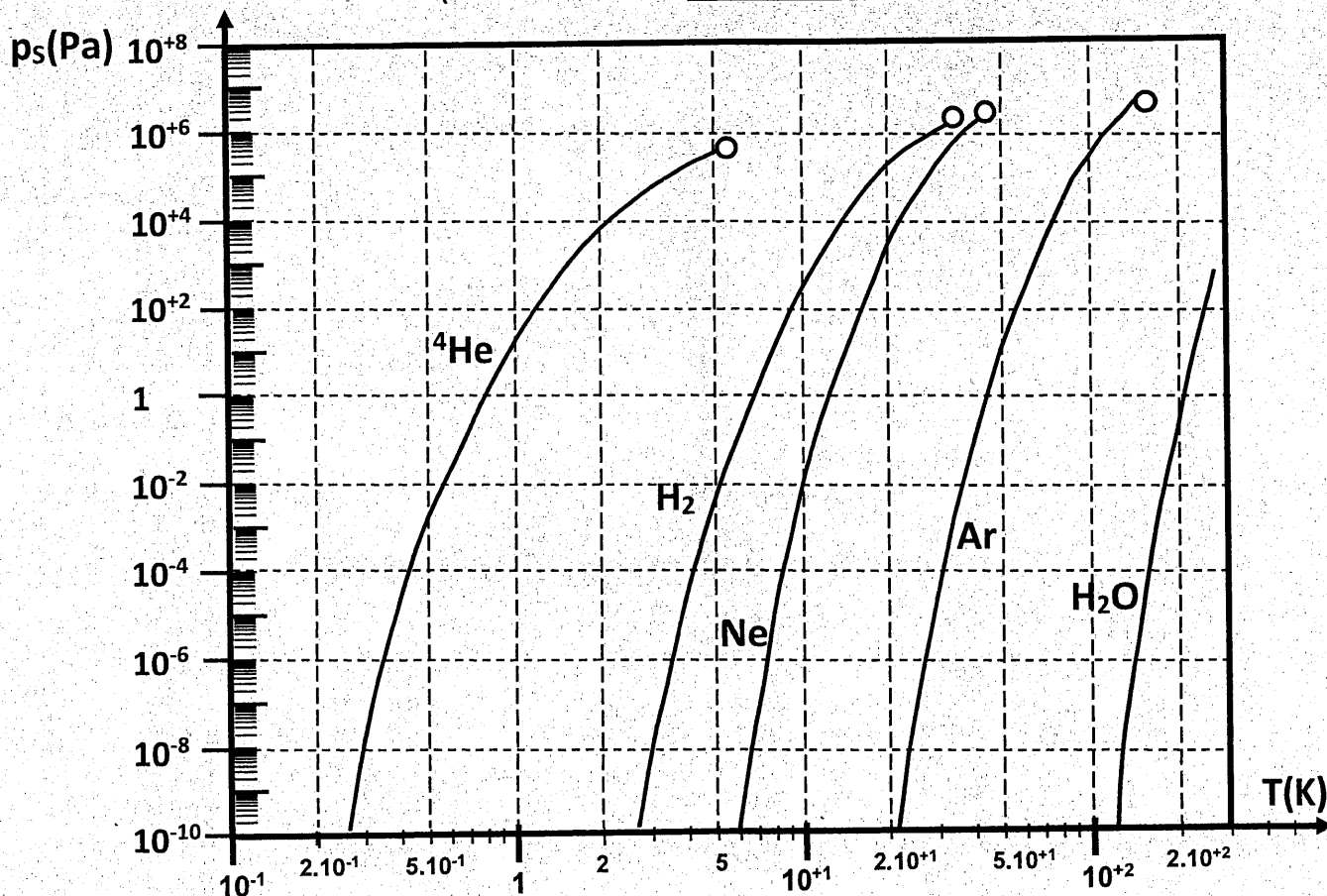
Q28 - La paroi du deuxième étage de la cryopompe est refroidie à **20 K**. D'après le graphe du **document 10 page 11/18**, que peut-on dire de la pression de vapeur saturante de l'argon ?

Q29 - Justifier que l'argon est piégé sur la paroi du 2^{ème} étage.

Q30 - Les gaz non piégés seront aspirés et évacués en mettant en route la pompe turbomoléculaire n° 2. À quelle température minimale faudrait-il réchauffer le 2^{ème} étage de la pompe cryogénique pour relâcher l'argon piégé et l'envoyer vers le spectromètre de masse après le fonctionnement de la pompe turbomoléculaire ? Justifier votre réponse.

Document 10 :

Pressions de vapeur saturante des gaz en fonction de la température
(les échelles sont logarithmiques)



Pressions de vapeur saturante de l'Argon(Ar) pour quelques températures

T(en K)	20	30	40
Ps(Pa)	$<10^{-10}$	3.10^{-5}	6.10^{-2}

PARTIE 3 : ÉTUDE D'UNE JAUGE PIRANI.

Dans la ligne argon, la mesure des faibles pressions comprises entre **10 mbar et 10^{-3} mbar** s'effectue à l'aide d'une jauge de Pirani (figure 3 page 12/18).

Elle est constituée d'un fin filament de platine placé dans une enceinte en verre connectée au système dont on veut mesurer la pression. La puissance nécessaire pour échauffer ce filament par effet joule est $\Phi_e = 0,82 \text{ W}$. Il y aura échange thermique entre le filament et les molécules de gaz présentes dans la ligne argon. La température du filament est directement liée à la pression P dans la jauge.

EXERCICE 3 : ÉLECTRICITÉ (durée conseillée 1 h 20)

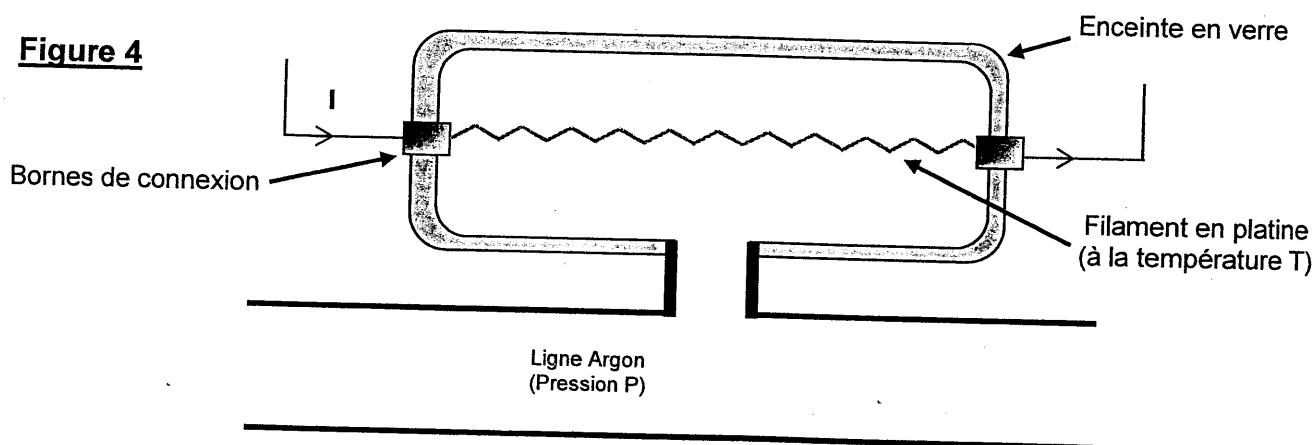
Les différentes parties ainsi que de nombreuses questions au sein de chaque partie sont indépendantes.

Dans cette introduction, on reprend les informations données dans la partie 3 de l'EXERCICE 2 : MÉCANIQUE, THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE

Dans la ligne argon, la mesure des faibles pressions comprises entre 10 mbar et 10^{-3} mbar s'effectue à l'aide d'une jauge de Pirani (figure 4 page 13/18).

Elle est constituée d'un fin filament de platine de résistance R placé dans une enceinte en verre connectée au système dont on veut mesurer la pression. On chauffe ce filament par effet joule en l'alimentant par un courant constant I . Il y aura échange thermique entre le filament et les molécules de gaz présentes dans la ligne argon. La température du filament, et donc la valeur de la résistance électrique du filament seront directement reliées à la pression P du système.

Figure 4



Les bornes de connexion, l'enveloppe de verre et le gaz dans l'enceinte sont tous à la température $T_a = 25^\circ\text{C}$.

À l'équilibre thermique, on nommera T la température du filament.

La résistance du filament dépend de la température : $R = R_0(1 + \alpha(T - T_a))$ que l'on peut écrire sous la forme $R = R_0 + \Delta R$ avec R_0 résistance du filament à la température T_a et $\alpha = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

La jauge de Pirani fonctionne donc sur le principe suivant : la résistance R du capteur varie d'une quantité ΔR en fonction de la température de la jauge, elle-même dépendante de la pression du gaz dans l'enceinte.

L'objectif de cette partie est de déterminer la pression dans l'enceinte à partir de la variation de résistance de la jauge Pirani.

Les AOP utilisés sont supposés idéaux dans l'ensemble de cet exercice.

PARTIE 2 : LINÉARISATION DE LA RÉPONSE.

Pour linéariser la réponse du pont de mesure, le montage est complété par un multiplieur associé à un montage sommateur inverseur. Voir schéma **figure 6** page 15/18.

Le multiplieur est réalisé à partir d'un circuit intégré type **AD 534**.

L'amplificateur AO2 fonctionne en régime linéaire.

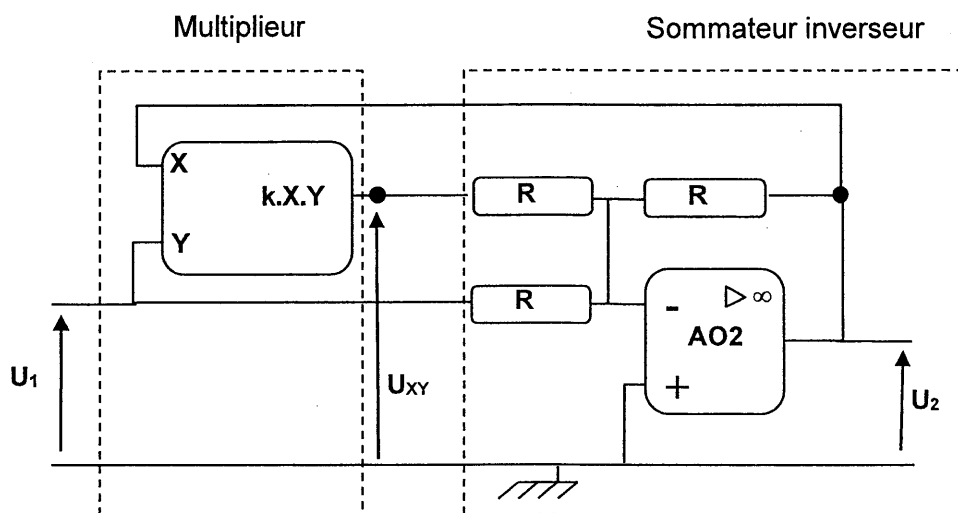


Figure 6

Q40 - Le multiplieur analogique réalise la fonction : $U_{XY} = k.U_X.U_Y$.

Exprimer U_{XY} en fonction de U_1 , U_2 et k .

Q41 - Exprimer $\hat{V}$ - potentiel de l'entrée inverseuse de AO2 en fonction de U_{XY} , U_1 , et U_2 .

Q42 - Exprimer U_2 , la tension de sortie du sommateur inverseur, en fonction de U_1 et U_{XY} .

Q43 - En déduire que $U_2 = - \frac{U_1}{1 + k.U_1}$.

Q44 - En prenant : $U_1 = \frac{U_0.\Delta R}{2.R_0 + \Delta R}$, montrer que $U_2(\Delta R) = \frac{-U_0.\Delta R}{2.R_0 + \Delta R.(1 + k.U_0)}$.

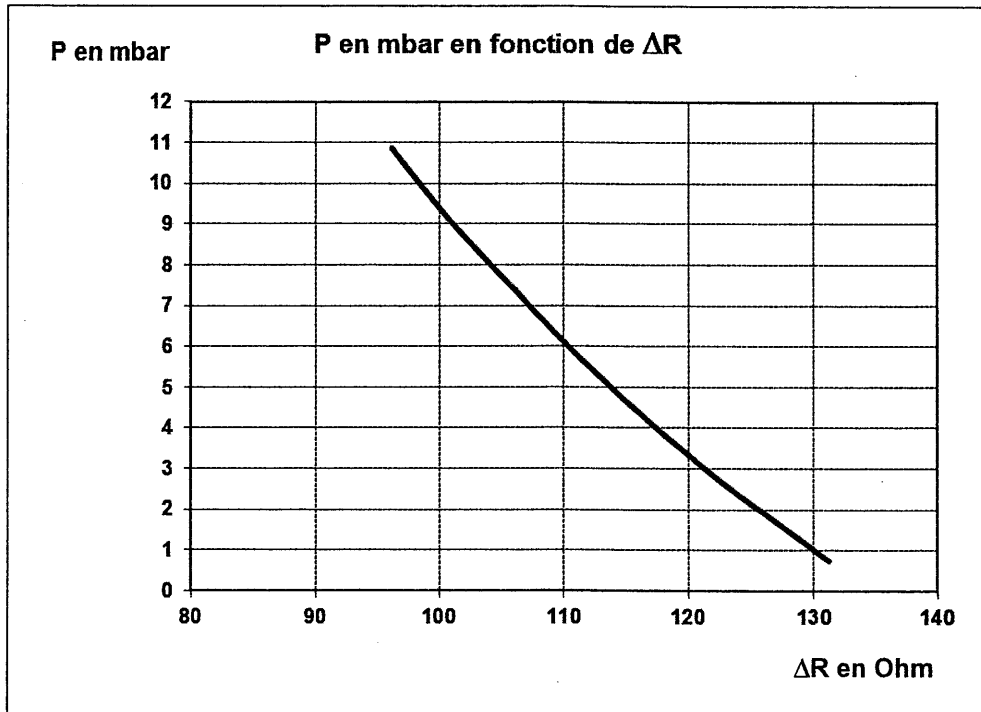
Q45 - Pour quelle valeur du produit $k.U_0$ la fonction $U_2(\Delta R)$ devient-elle linéaire, c'est-à-dire U_2 de la forme $a.\Delta R$?

Q46 - Calculer alors la valeur de U_0 pour $k = 0,10 \text{ V}^{-1}$.

Q47 - Pour une tension mesurée $U_2 = 8,0 \text{ V}$ calculer la valeur de ΔR correspondante, sachant que : $U_2 = 7,25 \cdot 10^{-2}.\Delta R$

Q48 - À partir de la courbe $P = f(\Delta R)$, voir **figure 7** page 16/18, en déduire la pression dans l'enceinte.

Figure 7



PARTIE 3 : LE MULTIPLIEUR.

Un extrait de la documentation du multiplieur utilisé est donné dans le **document 11 page 16/18**.

Document 11

La fonction de transfert d'un multiplieur AD534 s'écrit :

$$V_{out} = A \left[\left(\frac{(X1 - X2) \cdot (Y1 - Y2)}{SF} \right) - (Z1 - Z2) \right]$$

où :

- **A** est le gain en boucle ouverte, la valeur typique est de **70 dB** en basses fréquences.
- **X1, Y1, Z1, X2, Y2** et **Z2** sont les tensions d'entrée.
- **SF** est un facteur d'échelle pré-régulé à **10,00 V** mais ajustable par l'utilisateur jusqu'à **3 V**.
- Dans la plupart des cas le gain en boucle ouverte est considéré comme infini et **SF** est égal à **10 V**.

Le composant est câblé suivant la **figure 8 page 17/18**.

Q49 - Indiquer les valeurs des tensions imposées en X_2 , Y_2 , et Z_2 .

Q50 - Quelle relation le câblage impose-t-il entre v_{out} et v_{Z1} puis entre $v_1(t)$ et v_{X1} et enfin entre $v_2(t)$ et v_{Y1} ?

Q51 - Exprimer la fonction de transfert V_{out} (donnée dans le **document 11 page 16/18**) dans ces conditions.

Q52 - En tenant compte du fait que $A \gg 1$ montrer alors que $v_s(t) = k \cdot v_1(t) \cdot v_2(t)$.

Q53 - Calculer k avec la valeur de SF pré-régulée et donnée dans le **document 11 page 16/18**. Préciser son unité.

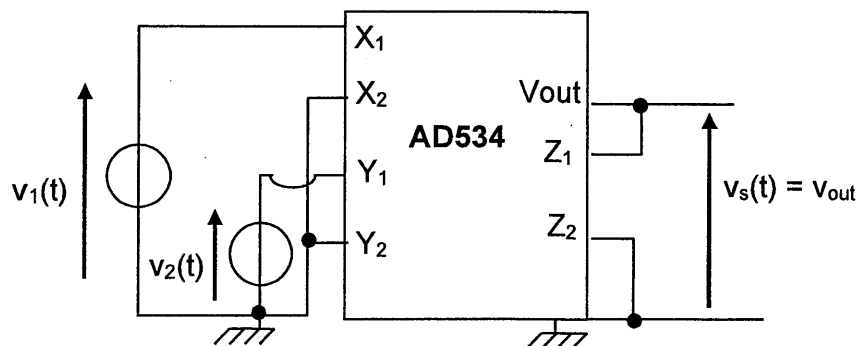


Figure 8

PARTIE 4 : FILTRAGE.

L'information de pression peut être transmise par voie hertzienne à un dispositif d'acquisition extérieur à la « ligne argon ». Ce dispositif doit pouvoir sélectionner l'information transmise. Le système de réception nécessite la présence d'un filtre dont la fonction de transfert notée $\underline{I}$ est de la forme :

$$\underline{I} = \frac{-A_0}{1 + j.Q\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}$$

La variation du gain, noté G et exprimé en dB, en fonction de la fréquence est représentée sur la figure 9 page 17/18.

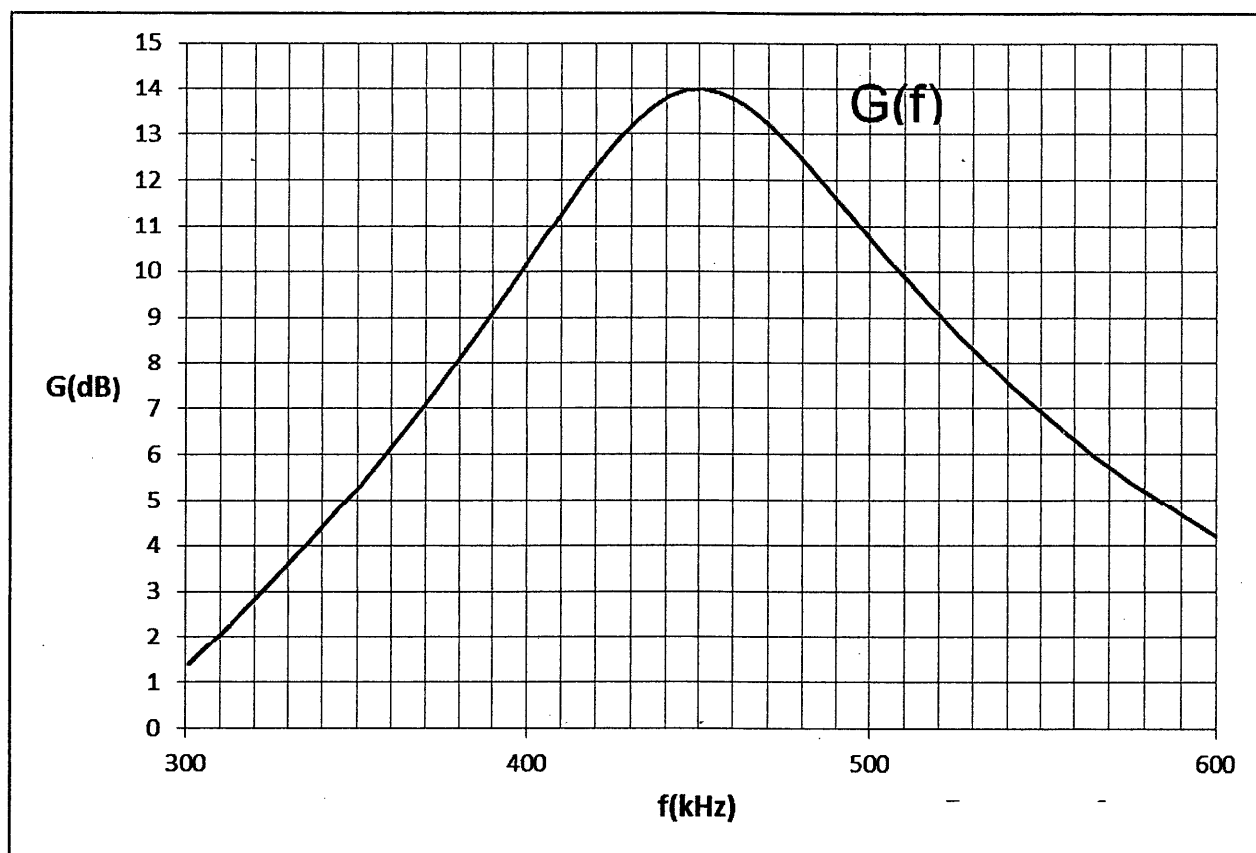


Figure 9

À partir de la courbe (**figure 9 page 17/18**) :

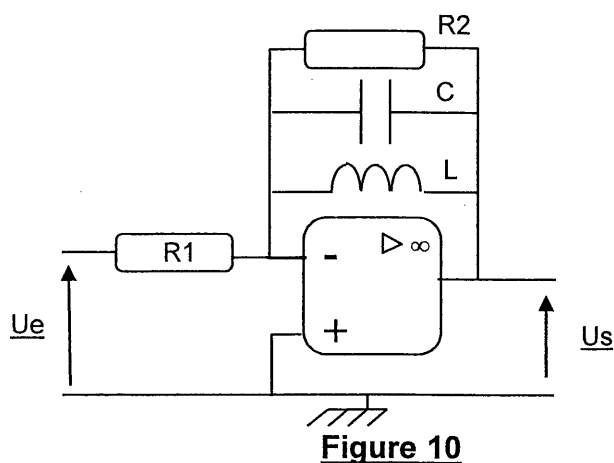
Q54 - Lire la valeur de la fréquence centrale f_0 et celle de $G_{\max}$. En déduire T à $f = f_0$. Quel est l'intérêt d'avoir $T > 1$.

Q55 - Lire les valeurs des fréquences de coupures à - 3 dB du filtre. En déduire la bande passante Δf de ce filtre.

Q56 - Calculer le facteur de qualité Q_0 donné par : $Q_0 = \frac{f_0}{\Delta f}$. Conclure sur le type de filtre utilisé.

Q57 - Exprimer $\underline{T}$ à la fréquence $f = f_0$. Exprimer le module T de $\underline{T}$ pour $f = f_0$. En déduire alors la valeur de A_0 en exploitant la question **Q55**.

Ce filtre peut être réalisé à partir du montage de la **figure 10 page 18/18**.



On rappelle que la fonction de transfert complexe $\underline{T}$ est de la forme : $\underline{T} = \frac{-A_0}{1 + j.Q(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})}$.

Avec : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, $A_0 = \frac{R_2}{R_1}$ et $Q_0 = R_2\sqrt{\frac{C}{L}}$.

Q58 - On donne $R_2 = 5,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 0,35 \text{ nF}$. Calculer les valeurs de R_1 et L .