

## PARTIE OPTIQUE (durée conseillée 1 h 15)

**DÉTERMINATION DE L'ÉCART DE LONGUEUR D'ONDE  
DU DOUBLET JAUNE DU MERCURE**

Il s'agit, à l'aide d'un interféromètre de Michelson, d'évaluer la longueur d'onde médiane du doublet jaune du mercure puis de déterminer l'écart de longueur d'onde entre les deux raies de ce doublet.

On réalise le montage de la **figure 1-1 (Annexe 1)**. La source étendue est une lampe à vapeur de mercure dont on isole le doublet jaune grâce à un filtre interférentiel. L'interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et on place un détecteur au foyer d'une lentille convergente. Un ordinateur permet de traiter les informations délivrées par le capteur.

Ce doublet consiste en deux radiations de longueurs d'ondes très voisines  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (avec  $\lambda_1 < \lambda_2$ ), les deux systèmes de franges se superposant sur l'écran.

Ce doublet provoque une baisse de contraste périodique : c'est le phénomène d'anti-coïncidence.

**Partie 1 : Détermination de la longueur d'onde médiane  $\lambda_m$   
du doublet jaune du mercure**

Dans cette partie, la source de lumière est assimilée à une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_m$ .

- 1.1** - Lorsque un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air, quelle est la forme des interférences observées ? Où sont-elles localisées dans le cas où la source est étendue ?
- 1.2** - Pourquoi place-t-on le détecteur au foyer d'une lentille convergente ?
- 1.3** - Le schéma de la **figure 1-3 (annexe 1)** représente un modèle équivalent de l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. L'épaisseur de la lame d'air est notée  $e$ . On considère un rayon lumineux issu de la source et qui vient "frapper" la lame d'air selon un angle d'incidence  $i$ . Les interférences se forment entre les rayons  $R_1$  et  $R_2$ .  
Montrer que la différence de chemin optique entre  $R_1$  et  $R_2$  peut s'exprimer par  $\delta = 2.e.\cos i$ .
- 1.4** - On se place dans le cas où l'angle d'incidence est nul ; l'expression de la différence de chemin optique se simplifie et devient  $\delta = 2.e$ .
- 1.4.1** - Exprimer l'ordre d'interférence  $p_0$ .
- 1.4.2** - Le miroir mobile est déplacé très lentement grâce à un moteur. L'épaisseur de la lame d'air augmente de  $\Delta e$ . Exprimer l'ordre d'interférence  $p_0'$ .
- 1.4.3** - On part d'un état initial pour lequel l'ordre d'interférence est entier au centre de la figure. Pour un déplacement  $\Delta e$  du miroir mobile  $M_1$ , on observe  $N$  anneaux brillants qui défilent au centre de la figure d'interférences. Ecrire une relation entre  $p_0$ ,  $p_0'$  et  $N$ .
- 1.4.4** - En déduire l'expression de la longueur d'onde recherchée :  $\lambda_m = \frac{2 \times \Delta e}{N}$ .
- 1.4.5** - Lorsque le moteur entraîne le miroir  $M_1$ , l'enregistrement de la **figure 1-4-5 (annexe 2)** est réalisé grâce à l'ordinateur. Il s'agit d'une tension périodique et chaque période correspond à un anneau qui défile au centre de la figure d'interférences. La vitesse du moteur est de  $556 \text{ nm.s}^{-1}$ .  
Rechercher  $N$  et  $\Delta e$ .  
Calculer en nm la longueur d'onde médiane  $\lambda_m$  du doublet jaune du mercure.

1.4.6 - En fait, le logiciel possède une fenêtre de calcul (voir **figure 1-4-6** à l'**annexe 2**) qui permet d'obtenir plus simplement les longueurs d'onde. La fréquence  $F_{\text{mes}}$  de la tension périodique obtenue lors de l'acquisition est calculée par le logiciel grâce à un menu FFT (Transformée de Fourier Rapide) et la longueur d'onde est calculée grâce à la formule :

$$\lambda_m = \frac{2 \times V_{\text{moteur}}}{F_{\text{mes}}}$$

Retrouver cette expression à partir de la relation  $\lambda_m = \frac{2 \times \Delta e}{N}$ .

Comparer la valeur donnée par le logiciel à celle obtenue à la **question 1-4-5**.

## Partie 2 : Détermination de l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ du doublet jaune du mercure

On s'intéresse toujours à l'intensité au centre de la figure donc pour  $\delta = 2.e$ .

2.1 - Donner les ordres d'interférences  $p_{01}$  et  $p_{02}$  au centre de la figure pour les deux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

2.2 - En négligeant un éventuel déphasage dû à la séparatrice, quel est l'état d'interférences au contact optique ?

2.3 - En augmentant l'épaisseur à partir du contact optique, on obtient une première anti-coïncidence. Quelle relation a-t-on alors entre  $p_{01}$  et  $p_{02}$  ?

2.4 - Pour d'autres épaisseurs  $e_k$ , on obtient d'autres anti-coïncidences. La relation entre  $p_{01}$  et  $p_{02}$  devient alors  $p_{01} - p_{02} = \frac{2k - 1}{2}$  (k est un entier qui numérote les anti-coïncidences successives à

partir du contact optique). En déduire que :  $2e_k \left[ \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right] = \frac{2k - 1}{2}$ .

2.5 - On note :

$e_k$  et  $e_{k+1}$  deux épaisseurs successives pour lesquelles on obtient une anticoïncidence.

$\Delta e = e_{k+1} - e_k$  la distance parcourue par le miroir mobile entre ces deux anticoïncidences.

2.5.1 - Utiliser le résultat de la question précédente pour  $e_k$  et  $e_{k+1}$  et en déduire que :

$$2 \Delta e \left[ \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right] = 1.$$

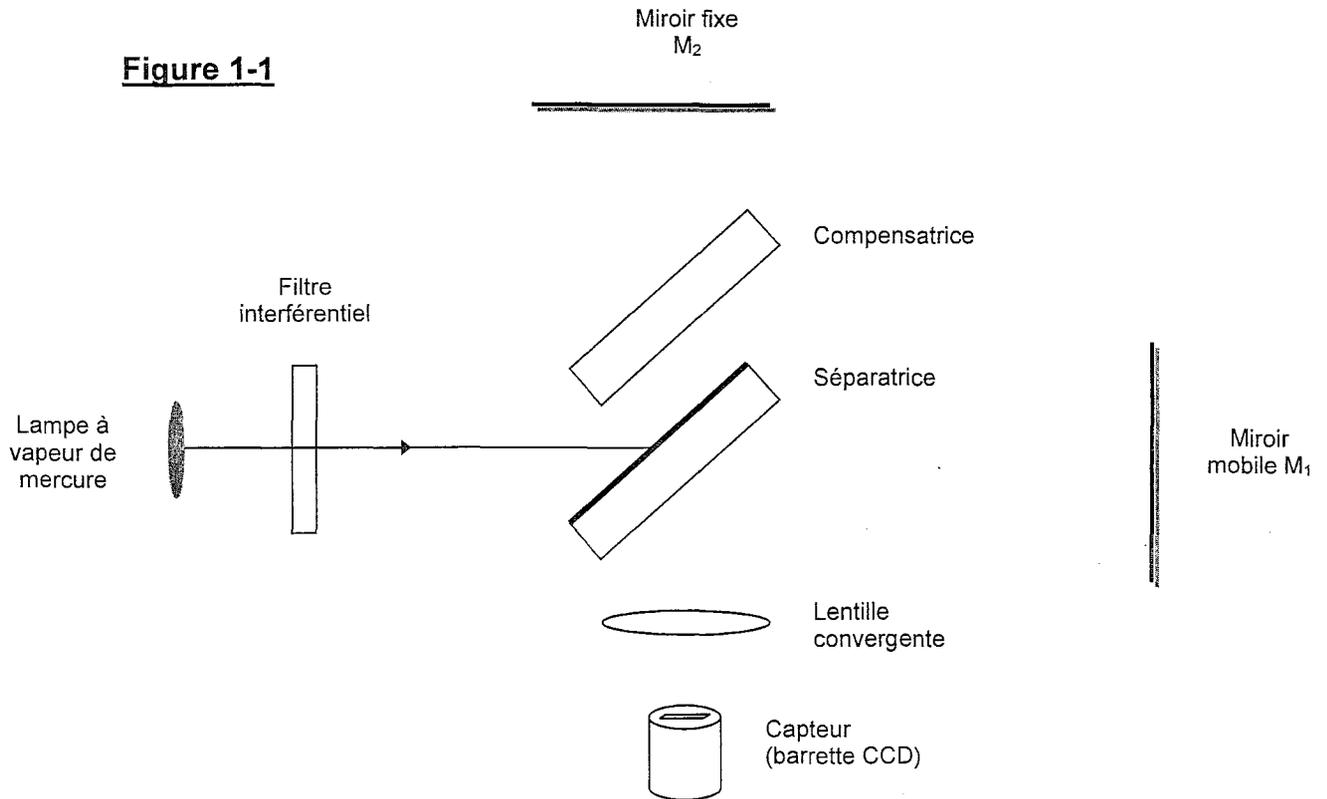
2.5.2 - En posant  $\lambda_m$  la longueur d'onde médiane et  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  l'écart de longueur d'onde du doublet jaune du mercure, montrer alors que  $\Delta\lambda \approx \frac{\lambda_m^2}{2\Delta e}$  (utiliser l'approximation  $\lambda_1\lambda_2 \approx \lambda_m^2$ ).

2.6 - On ajuste la position du capteur de manière à ce qu'il reçoive le centre de la figure d'interférences. On choisit une durée d'acquisition de 416 s. On met en marche le moteur et on lance l'acquisition. Le logiciel enregistre l'intensité au centre du capteur et on observe l'écran de la **figure 2-6** à l'**annexe 3**. On observe des battements qui correspondent aux anti-coïncidences (un zoom a été réalisé pour isoler deux anti-coïncidences consécutives).

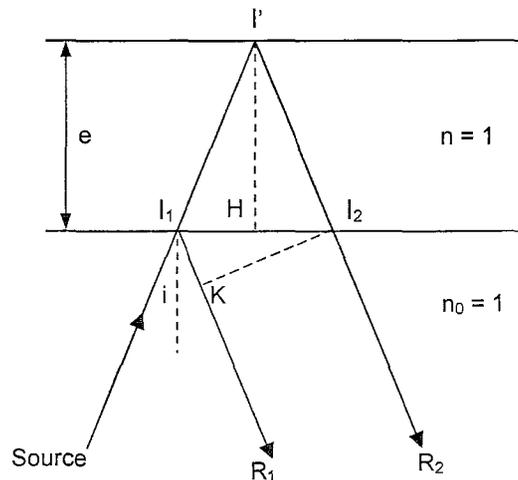
En utilisant le résultat de la question précédente et la **figure 2-6**, calculer l'écart de longueur d'onde du doublet jaune du mercure. La vitesse du moteur est toujours  $556 \text{ nm.s}^{-1}$ .

**ANNEXE 1**

**Figure 1-1**



**Figure 1-3 : Modèle équivalent de l'interféromètre réglé en lame d'air**



## ANNEXE 2

Figure 1-4-5 : la durée de l'enregistrement est de 42 s.

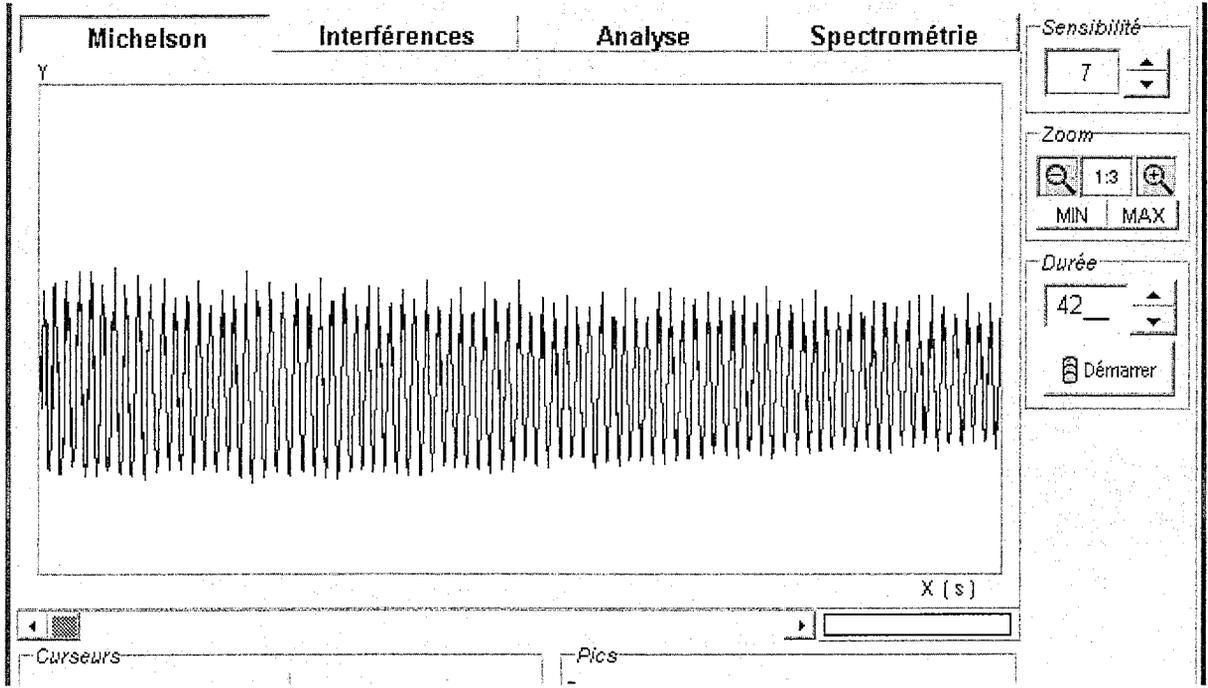


Figure 1-4-6 :

The screenshot shows a software window titled 'Michelson' with three tabs: 'Raie Simple/Doublet', 'Profil Doppler', and 'Filtres'. The 'Raie Simple/Doublet' tab is active. It contains a section for 'Calcul de la longueur d'onde' with the following data:

Fréquence (F)	1.93 ± 0000.00	Hz
Vitesse du moteur (V)	0.556 ± 0000.00	µm/s
Longueur d'onde	576.17 ± 0.00	nm

To the right, the formula is displayed as  $\lambda = \frac{2 \cdot V_{mot.}}{F_{mes.}}$ . Below the formula is a 'Calculer' button with a calculator icon. At the bottom right, there is a 'X Quitter' button.

**ANNEXE 3****Figure 2-6 :**