PARTIE OPTIQUE (durée 1 h 15 min)

MESURE DE L'EPAISSEUR D'UNE LAME A FACES PARALLELES PAR DEUX METHODES INTERFEROMETRIQUES (6 points).

Le sujet comporte 2 parties complètement indépendantes.
La machine à calculer est autorisée.

On dispose d'une lame mince à faces parallèles transparente et d'indice $n = 1{,}524$ dont on veut déterminer avec précision l'épaisseur e. On procède des deux façons suivantes.

Partie 1 : Mesure des diamètres des anneaux d'égale inclinaison.

Le dispositif expérimental est schématisé sur la **figure 1** (**document annexe n°1**).

La lampe spectrale, placée latéralement, munie de son filtre, est considérée comme une source monochromatique de longueur d'onde : $\lambda_o = 546{,}1$ nm.

La lame séparatrice semi-réfléchissante renvoie la lumière sur la lame mince étudiée, placée sur un support noir mat (qui ne transmet pas la lumière).

On observe les interférences par réflexion induite entre deux rayons consécutifs issus d'un rayon incident au moyen d'une lentille de distance focale image f' = 5,00 cm, dont l'axe optique est perpendiculaire aux faces de la lame mince, et d'un photocapteur balayant, dans le plan focal, une droite passant par le foyer principal image.

1.1 -

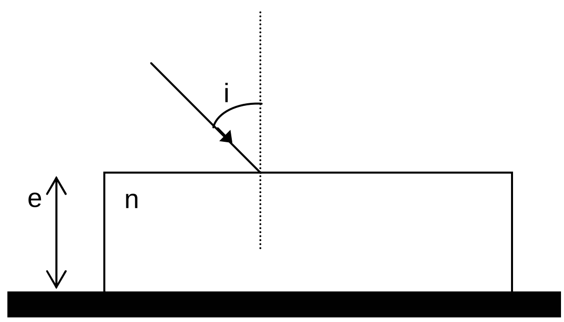
1.1.1 - Reproduire la figure 2 ci-contre sur la copie et la compléter en indiquant la marche des deux rayons, issus du rayon incident, qui interfèrent à l'infini.

1.1.2 - Montrer que la différence de chemin optique entre ces deux rayons interférant dans le plan focal de la lentille est donnée par $\delta_{géom} = 2.n.e.\cos\ r$.

r représente l'angle de réfraction dans la lame d'un rayon arrivant sous l'incidence i.

1.1.3 - Justifier l'ajout du terme $\dfrac{\lambda_0}{2}$ dans l'expression de δ, différence de marche totale introduite par la lame mince.

Figure 2



1.2 - Dans le cas des faibles incidences, montrer que l'on peut écrire $\delta = 2.n.e.\left(1 - \dfrac{i^2}{2.n^2}\right) + \dfrac{\lambda o}{2}$.

On rappelle l'approximation des petits angles :

$$\cos\ \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \text{ et } \sin\ \alpha \approx \alpha \text{ avec } \alpha \text{ angle exprimé en radians.}$$

1.3 -

1.3.1 - Justifier l'observation d'une figure d'interférences sous forme d'anneaux concentriques alternativement brillants et sombres, dans le plan focal de la lentille, centrés sur son axe optique.

1.3.2 - Exprimer p_0, l'ordre d'interférence au centre de la figure.

1.3.3 - Exprimer p_k pour le $k^{ème}$ anneau brillant en fonction de l'angle d'incidence i_k des rayons produisant le $k^{ème}$ anneau brillant.

1.4 -

1.4.1 - On pose $p_0 = m_o + \varepsilon$ avec m_o entier et $0 \leq \varepsilon < 1$. Exprimer la différence $p_o - p_k$ en fonction de k et ε puis en fonction de i_k , e, n et λ_0.

1.4.2 - Donner la relation qui lie i_k , f ' et le rayon R_k du $k^{ème}$ anneau brillant dans le plan focal de la lentille.

1.4.3 - En déduire que l'expression de R_k est : $R_k = f'.\sqrt{\frac{n.\lambda_o}{e}}.\sqrt{k-1+\varepsilon}$.

1.5 - Montrer que l'expression de R_k^2, en fonction de k, est du type $R_k^2 = a.k+b$. Donner l'expression de a en fonction de f ', n, λ_o et e.

1.6 - La mesure des diamètres obtenus a donné:

k	1	2	3	4	5
Diamètre en cm	1,49	2,21	2,75	3,20	3,59

Tracer la courbe $R_k^2 = f(k)$; en déduire le coeficient directeur a et la valeur de l'épaisseur e.

Partie 2 : Mesure des longueurs d'onde de cannelures dans le spectre de la lumière réfléchie par la lame.

On modifie le dispositif précédent en remplaçant la source de lumière monochromatique par une puissante source de lumière blanche parfaitement collimatée qui éclaire, grâce à la séparatrice semi-réfléchissante, la lame à faces parallèles étudiée sous une incidence rigoureusement normale.

Au foyer de la lentille d'observation, on place cette fois la fente d'entrée très fine d'un spectroscope à réseau de bonne résolution. Le spectroscope est interfacé à un ordinateur qui permet d'obtenir le profil d'intensité lumineuse, représenté en **figure 3 (document annexe n° 2)**, en fonction de la longueur d'onde λ (la valeur 10 pour le maximum d'intensité est arbitraire).

2.1 - Justifier la présence de cannelures dans le spectre.

2.2 - On montre que, si λ_1 et λ_2 sont des longueurs d'onde de cannelures noires ($\lambda_1 > \lambda_2$) et p le nombre de maxima qui les séparent, l'épaisseur e est donnée par :

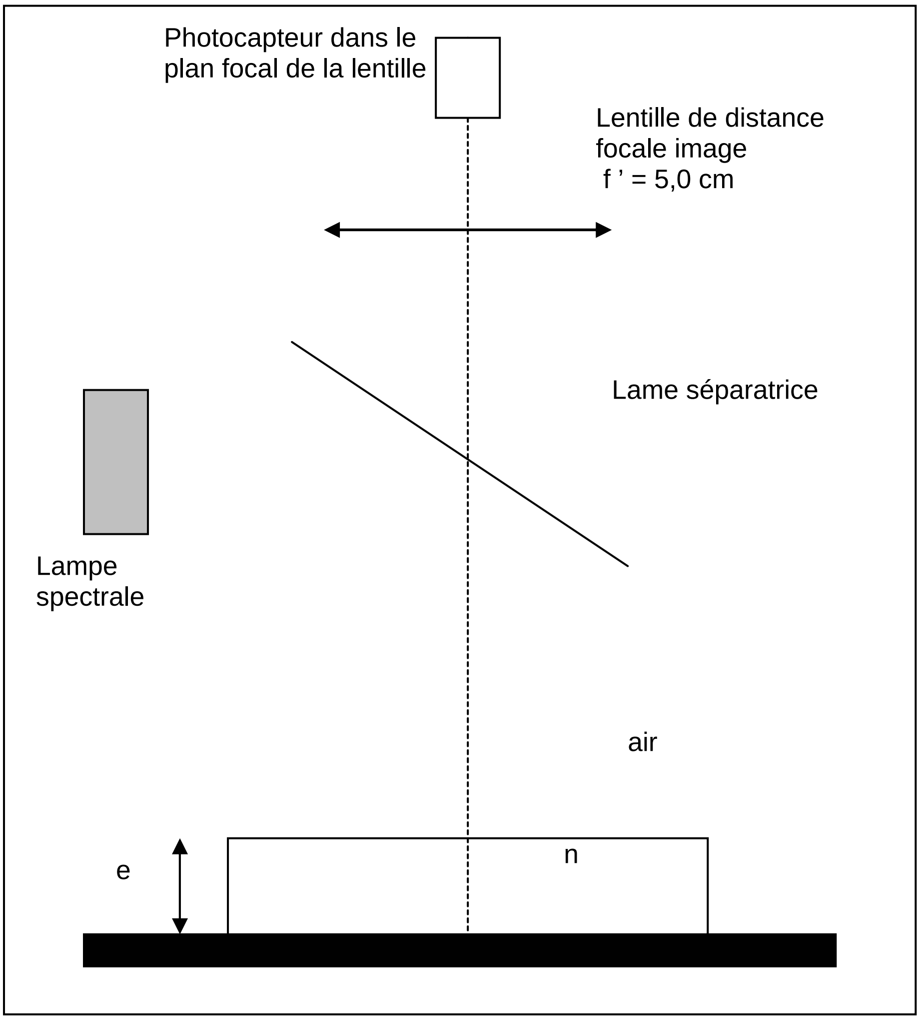
$$e = \frac{p}{2n} \times \left(\frac{\lambda_1.\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \right).$$

On suppose que les variations de l'indice n avec λ sont négligeables pour $540 \text{ nm} \leq \lambda \leq 580 \text{ nm}$.

En repérant deux cannelures noires sur l'enregistrement, déterminer l'épaisseur e de la lame étudiée. On s'attachera à faire une mesure la plus précise possible. Vérifier la cohérence du résultat avec la mesure précédente.

DOCUMENT ANNEXE N°1

Figure 1 : Dispositif expérimental



DOCUMENT ANNEXE N°2

Figure 3