

OPTIQUE (durée conseillée : 1h15) : PRINCIPE D'UN SPECTROPHOTOMÈTRE 6 points

Dans un laboratoire de recherche, des mesures de transmission ont été faites avec un spectrophotomètre double faisceau. La figure 1 illustre son principe.

Cet appareil permet de couvrir une gamme de longueurs d'onde allant de 180 nm à 3000 nm. Il comporte une **source** pour l'ultraviolet (lampe à décharge au deutérium) et une source pour le visible et l'infrarouge (lampe à filament de tungstène avec halogène). Il compte aussi deux **détecteurs** : une cellule au sulfure de plomb pour l'infrarouge et un photomultiplicateur pour le visible et l'ultraviolet. Sources et détecteurs sont succinctement étudiés dans la **partie 1-** du problème.

La sélection de la longueur d'onde λ se fait dans l'appareil à l'aide d'un **monochromateur à réseau par réflexion**, dont on se propose d'étudier le principe dans la **partie 2-** du problème.

Pour étudier la transmission à travers des liquides précieux en faibles quantités, le laboratoire utilise des **cuves en silice de très faible épaisseur**. Cette faible épaisseur est à l'origine de phénomènes d'**interférences** décelables dans les spectres de transmission. Ces phénomènes, gênants a priori, permettent néanmoins dans la **partie 3-** du problème une détermination assez précise de l'épaisseur de la cuve.

Les trois parties peuvent se traiter de façon indépendante.

1 - Sources et détecteurs :

1.1 - Donner un ordre de grandeur des longueurs d'onde définissant le domaine du visible. En déduire le domaine de l'infrarouge et celui de l'ultraviolet, balayés par ce spectrophotomètre.

1.2 - Quelle est la couleur correspondant à une longueur d'onde de l'ordre de 550 nm ?

1.3 -

1.3.1 - Calculer, en électronvolts, l'énergie d'un photon associé à une onde de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,1$ nm pénétrant dans le photomultiplicateur.

On donne la constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s, la vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8$ m · s⁻¹, et $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}$ J.

1.3.2 - Cette longueur d'onde peut-elle créer l'effet photoélectrique sur la cathode du photomultiplicateur recouverte de césium sachant que l'énergie nécessaire pour extraire un électron du césium est de 1,88 eV ?

2 - Principe du monochromateur :

La figure 2 fournit un schéma simplifié du monochromateur. Il comporte :

- un réseau plan (R), succession de parties absorbantes et de parties réfléchissantes équidistantes ;
- un collimateur composé d'une lentille achromatique convergente (L_1) et d'une fente (F_1) ;
- une lentille (L_2), identique à (L_1), et suivie d'une fente (F_2) placée au foyer principal image de (L_2).

2.1 - Maxima principaux d'intensité :

Soit i , l'angle formé par le rayon incident avec la normale (ON) au réseau, et i' , l'angle du rayon diffracté avec la normale au réseau. On prendra pour ces angles algébriques, les conventions de signe du cercle trigonométrique (figure 2 et figure 3).

2.1.1 - Le réseau compte n sections réfléchissantes par unité de longueur. Démontrer que la différence de marche δ entre les deux ondes diffractées dans la direction i' , par deux parties réfléchissantes consécutives du réseau, éclairé sous une incidence i , est :

$$\delta = \frac{\sin i' + \sin i}{n}$$

Cette démonstration doit s'appuyer sur un schéma clair (s'inspirant de la figure 3), mettant en évidence les plans d'onde nécessaires au raisonnement.

2.1.2 - En déduire l'expression, en fonction de i , λ et n , des directions i' correspondant à un maximum principal d'intensité diffractée.

2.2 - Position des fentes d'entrée et de sortie :

Les axes du collimateur et de (L_2) sont **fixes** et font entre eux un angle i_0 (figure 2), tel que le maximum principal d'ordre 1 pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 546,1$ nm, soit reçu au centre de la fente (F_2) , quand le réseau (R) est perpendiculaire à l'axe de (L_2) (voir figure 2).

Calculer la valeur de l'angle i_0 si $n = 900$ traits/mm.

2.3 - Sélection d'une longueur d'onde λ :

Les fentes (F_1) et (F_2) restant fixes, on fait tourner le réseau d'un angle α autour d'un axe perpendiculaire en O au plan de la figure 3, de telle sorte que les angles deviennent :

$$i = i_0 - \alpha \text{ et } i' = -\alpha.$$

Pour une valeur donnée de cet angle α , le réseau diffracte sur la fente de sortie (F_2) la longueur d'onde λ dans l'ordre k .

On admet que cette longueur d'onde λ est donnée par la formule :

$$\lambda = \frac{1}{k} \cdot \left(\lambda_0 \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \frac{1 + \cos i_0}{n} \right).$$

2.3.1 - Calculer, en nm, la valeur numérique λ_1 de la longueur d'onde λ sélectionnée dans l'ordre 1 par le monochromateur quand $\alpha_1 = -7,00^\circ$ et la valeur numérique λ_2 de la longueur d'onde λ sélectionnée dans l'ordre 1 par le monochromateur quand $\alpha_2 = +4,00^\circ$.

En admettant que pour chaque ordre, la fonction $\lambda = f(\alpha)$ soit une fonction monotone, vérifier que l'ordre $k = 1$ permet de sélectionner le domaine du visible pour des rotations α du réseau dans l'intervalle $[-7,00^\circ ; +4,00^\circ]$. (Des filtres permettent d'isoler les différents ordres.)

2.3.2 - Pour ces valeurs faibles de α , et en négligeant les termes du deuxième ordre, la formule proposée peut se « linéariser » sous la forme :

$$\lambda = b - a \cdot \alpha$$

Préciser pour l'ordre $k = 1$, les valeurs numériques et les unités des constantes a et b , si λ est exprimée en nm et α en degrés.

2.3.3 - Calculer la valeur α_D de α , pour la valeur $\lambda_D = 589,3$ nm, correspondant à la raie jaune du sodium.

3 - Etude du spectre d'absorption de la cuve :

La cuve utilisée pour les mesures ultérieures est en silice d'indice pratiquement constant ($N \cong 1,46$) dans le visible. Elle est constituée de deux lames à faces parallèles identiques, séparées par une lame d'air (L) très mince, d'épaisseur e et d'indice pratiquement égal à 1 (figure 4).

Les faces des lames ne sont pas traitées, de sorte que les interférences observées pourront être interprétées en ne tenant compte que des rayons transmis R_1 et R_2 représentés sur la figure 4.

La figure 5 nous donne la répartition expérimentale de la transmittance T de cette cuve vide en fonction de la longueur d'onde λ , quand elle est éclairée sous **incidence normale**.

On constate un pic d'absorption entre 2580 nm et 3000 nm, une transmittance pratiquement constante dans le domaine du visible et une succession régulière de maxima et de minima dans la partie centrale de la courbe, phénomène que l'on peut interpréter comme le résultat des **interférences entre les rayons cohérents R_1 et R_2** , qui disparaît avec des cuves plus larges et que nous allons voir plus en détail.

- 3.1** - Le pic d'absorption observé (figure 5) a pour coordonnées : $T = 0,02832$ et $\lambda = 2720$ nm.
Calculer l'absorbance de la cuve pour $\lambda = 2720$ nm.

- 3.2** - Sachant que le coefficient de réflexion en amplitude pour une réflexion vitreuse air-silice est en incidence normale :

$$r = \frac{1-N}{1+N}$$

Calculer la valeur de ce coefficient, dans le visible, aux points J et K.

- 3.3** - Exprimer en fonction de e et de λ , le déphasage $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ entre les deux ondes transmises R_1 et R_2 .

- 3.4** - Etablir la relation liant e et λ , quand on observe un minimum de la transmittance T , dans la région traduisant le phénomène d'interférences.

- 3.5** - Les résultats expérimentaux (voir la courbe $T = f(\lambda)$ de la figure 5) donnent un minimum de transmittance pour $\lambda_{S1} = 1580$ nm et pour $\lambda_{S2} = 2100$ nm. On désigne par p_2 l'ordre d'interférence pour λ_{S2} et par $p_1 = p_2 + \Delta p$ l'ordre d'interférence pour λ_{S1} .

- 3.5.1** - Déterminer à l'aide de la figure 5, la différence $\Delta p = p_1 - p_2$.

- 3.5.2** - Montrer que l'épaisseur e de la cuve est donnée par la relation :

$$e = \frac{\lambda_{S1} \cdot \lambda_{S2} \cdot \Delta p}{2 \cdot (\lambda_{S2} - \lambda_{S1})}$$

- 3.5.3** - Calculer l'épaisseur e de la cuve.

Figure 1 - Principe du spectrophotomètre double faisceau :

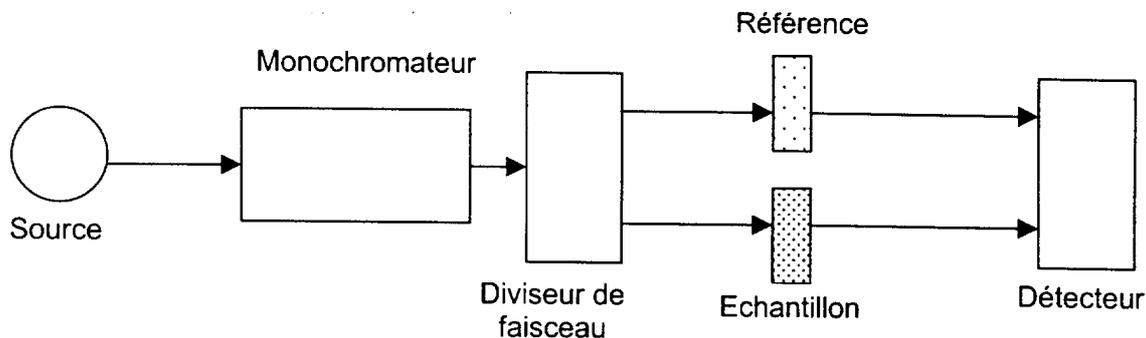


Figure 2 - Principe du monochromateur ($i = i_0$) :

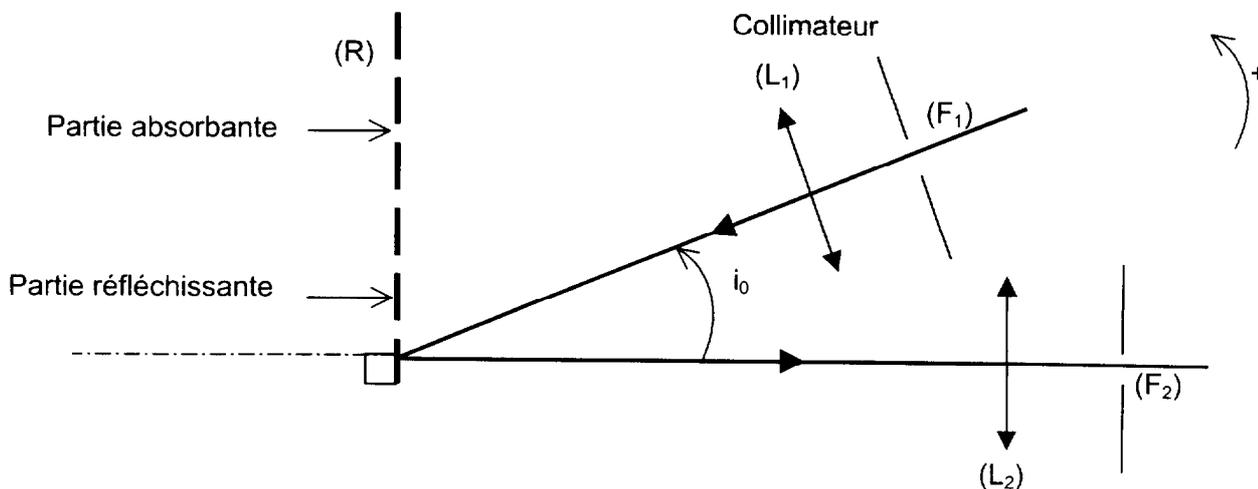


Figure 3 - Principe du monochromateur pour une position quelconque du réseau :

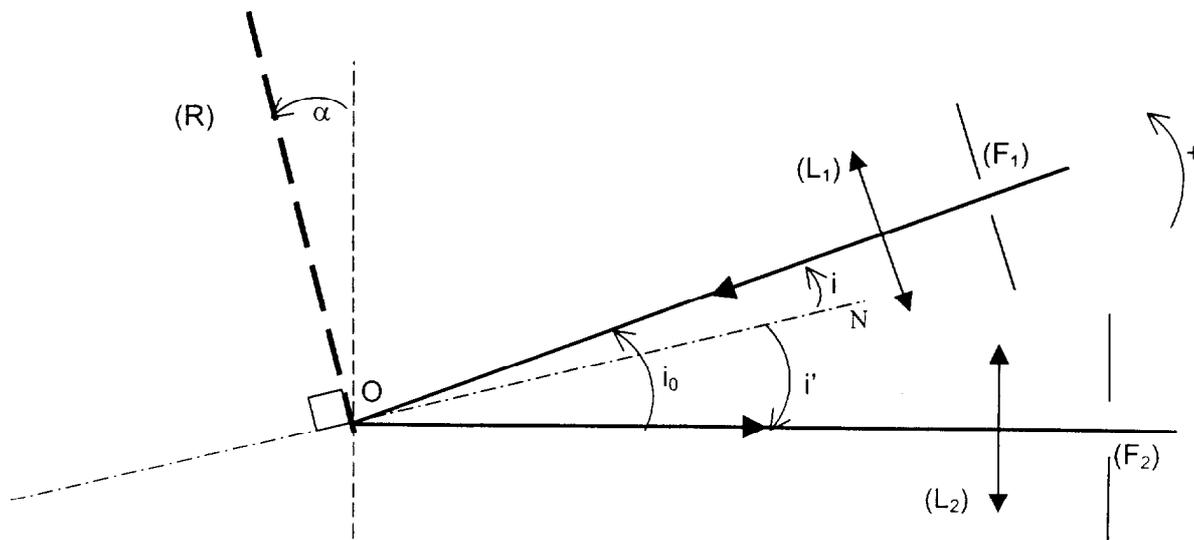


Figure 4 - Marche des rayons à travers la cuve de silice :

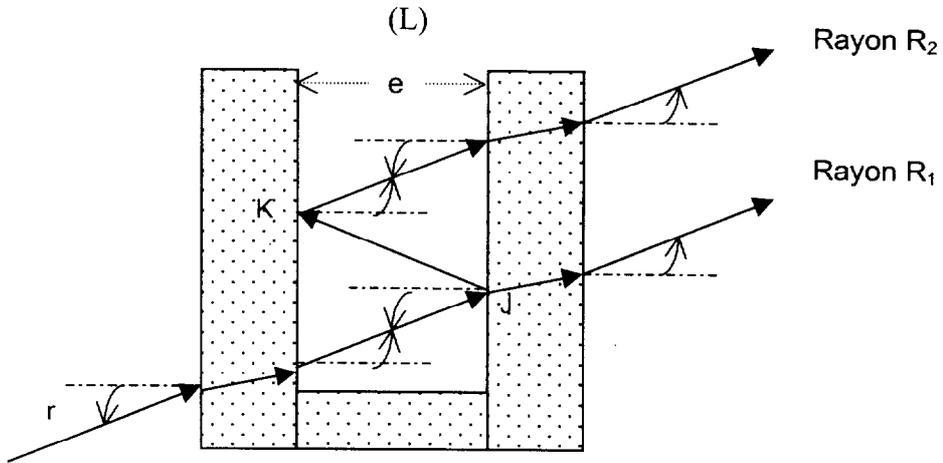


Figure 5 - Variation de la transmittance T de la cuve vide en fonction de la longueur d'onde :

