

## PARTIE OPTIQUE (durée conseillée : 1h 05min)

Pour étalonner un accéléromètre, on utilise une méthode interférométrique.

L'accéléromètre est placé sur un pot vibrant qui est solidaire d'un miroir placé dans un interféromètre de Michelson.

Les mouvements du pot vibrant vont générer des signaux sinusoïdaux dont la fréquence permet de déterminer la vitesse de la pièce mobile.

Nous allons montrer que cette fréquence est la même que celle que nous obtenons avec un montage utilisant l'effet Doppler

### A ) L'interféromètre :

Un interféromètre de Michelson, dont le principe est représenté sur la figure1, comporte deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  orthogonaux de facteur de réflexion égal à 1 et une lame G inclinée à  $45^\circ$  par rapport à la normale aux deux miroirs. La lame G appelée séparatrice est semi transparente de facteur de réflexion  $\frac{1}{2}$ , c'est à dire que le faisceau transmis et le faisceau réfléchi ont même intensité, donc même amplitude. Cette lame est supposée d'absorption négligeable, d'épaisseur nulle et n'introduisant pas de déphasage.

Un laser émet un faisceau parallèle de lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  ( $\lambda_0=0,6328 \mu\text{m}$  dans le vide) le long de l'axe marqué en pointillé sur la figure. Nous nous contenterons d'étudier la marche d'un rayon le long de cet axe.

Le rayon se dédouble lorsqu'il arrive sur la face semi réfléchissante de la séparatrice ; le rayon incident issu du laser donne deux rayons qui, par les chemins respectifs  $AB_1$ ,  $B_1A$  et  $AD$  (D le détecteur) et  $AB_2$ ,  $B_2A$  et  $AD$ , arrivent au détecteur

Le miroir  $M_1$  est fixe et la longueur du bras  $AB_1$  est L.

Le miroir  $M_2$  se déplace perpendiculairement à son plan dans la direction GA et la longueur du bras  $AB_2$  est x.

Tout l'interféromètre est dans l'air d'indice 1.

**A-I**

A-I-1. Justifier que l'on observe des interférences au niveau du détecteur.

A-I-2. Quelle est la couleur du rayonnement émis par le laser ?

**A-II**

A-II-1. Calculer la différence de chemin optique en D de deux ondes réfléchies respectivement sur  $M_1$  et  $M_2$  en fonction de L et x.

Que se passe-t-il si  $L=x$  ?

A-II-2. Donner, en fonction de  $\lambda_0$ , L et x, l'expression de la différence de phase  $\Phi$  entre les deux ondes arrivant en D.

A-II-3. Considérant que les deux ondes arrivant sur le détecteur ont même amplitude et créeraient, si elles étaient seules, l'éclairement E, donner l'expression de l'éclairement résultant  $E_r$  en fonction de E et F.

A-II-4. Exprimer l'éclairement résultant en fonction de E,  $\lambda_0$ , L et x.

**A-III**

Le miroir  $M_2$  solidaire du pot vibrant se déplace avec une vitesse v, en supposant qu'à l'instant pris comme origine  $x=L$ .

A-III-1. Donner l'expression de l'éclairement  $E_2$  en fonction de  $\lambda_0$ , v et t.

A-III-2. En déduire l'expression de la fréquence  $f_0$  du signal reçu par le détecteur en fonction de v et  $\lambda_0$

**A-IV**

L'interféromètre est dans l'air mais nous considérons maintenant que l'indice est  $n=1,0003$ .

A-IV-1. Quelle est la nouvelle expression de la différence des chemins optiques en fonction de n, L et x?

A-IV-2. Si le miroir  $M_2$  se déplace avec une vitesse v quelle est la nouvelle expression de la fréquence du signal reçu en fonction de n, v et  $\lambda_0$ ?

A-IV-3. Quelle est l'erreur relative commise en considérant que l'indice vaut 1?

## B ) Effet Doppler :

Nous considérons le cas où le laser émet une onde de longueur d'onde  $\lambda_0$  correspondant à une fréquence  $f_0$ . Cette onde est réfléchiée sur le miroir et elle est reçue par un récepteur placé à côté de l'émetteur. (figure2)

La fréquence de réception est  $f_r$ .

Nous appelons fréquence Doppler  $f_D$  la fréquence égale à la différence des fréquences :  $f_D = f_r - f_0$ .

### B-I

Nous allons montrer que la fréquence Doppler est donnée par l'expression :

$$\frac{f_D}{f_0} = \frac{2 \cdot v}{c}$$

B-I-1. Nous supposons d'abord le miroir fixe, donc la distance  $d$  constante.

L'expression de l'élongation au niveau de la source peut se mettre sous la forme  $y_s = Y \cos(\omega_0 t)$  avec  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

Quelle est l'expression de l'élongation  $y_s$  au niveau du récepteur en fonction de  $\omega_0$ ,  $d$  et  $c$ ? (l'indice de l'air sera pris égal à 1)

B-I-2. Nous supposons que le miroir se déplace vers la source avec une vitesse  $v$ . En faisant l'hypothèse qu'à l'instant origine  $d = d_0$ , donner l'expression de  $d$  en fonction du temps.

B-I-3. Quelle est alors l'expression de l'élongation au niveau du récepteur en fonction de  $\omega_0$ ,  $d_0$ ,  $v$  et  $c$ ?

B-I-4. De l'expression précédente trouvez l'expression de  $f_r$  en fonction de  $f_0$ ,  $v$  et  $c$

B-I-5. En déduire la fréquence Doppler.

### B-II

B-II-1. Rappeler la relation qui lie  $f_0$ ,  $c$  et  $\lambda_0$ .

B-II-2. Montrer que la fréquence Doppler peut donc se mettre sous la forme :  $\frac{f_D}{f_0} = \frac{2 \cdot v}{c}$ .

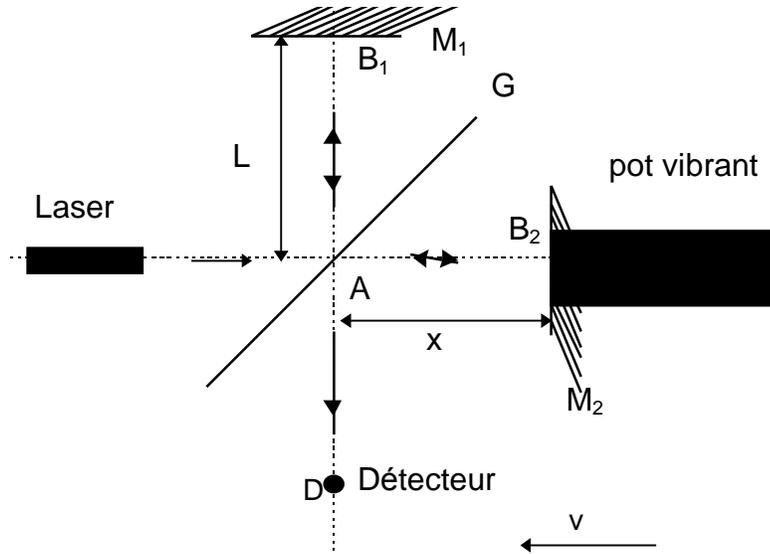


Figure 1

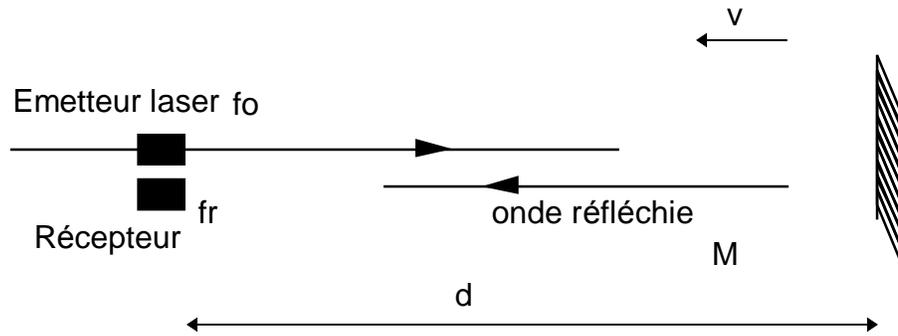


Figure 2