

THERMODYNAMIQUE

(durée conseillée : 1 h 15 min) 6 points

Le but de ce problème est d'étudier le fonctionnement d'un moteur de type turbine à gaz à combustion externe.

Pour cette machine thermique, un **gaz**, que l'on supposera **parfait** décrit en **circuit fermé** les opérations suivantes:

- *Le gaz initialement à l' **Etat 1**, sa pression est P_1 et sa température T_1 , traverse un compresseur dans lequel il subit une évolution **adiabatique réversible** jusqu'à l'**Etat 2** (la température est ainsi T_2 et la pression P_2).*
- *Il se trouve alors en contact avec une source chaude où il se réchauffe de façon **isobare**, jusqu'à la température T_3 , il est dans l'**Etat 3**.*
- *Le gaz pénètre ensuite dans la turbine où il se détend de manière **adiabatique réversible** jusqu'à la pression $P_4 = P_1$. En fin de détente sa température est T_4 , il est à l'**Etat 4**.*
- *Il achève enfin de se refroidir d'une façon **isobare** au contact d'une source froide pour se retrouver dans l'**Etat 1***

1 - Tracer l'allure du cycle de cette machine dans un diagramme de Clapeyron $P=f(V)$ en indiquant son sens de rotation.

2 – Donner la relation entre P_2 et P_3 .

3 - Lors d'une évolution adiabatique réversible, un gaz parfait suit la loi de Laplace : $PV^\gamma = \text{Cte}$ où $\gamma = C_p / C_v$ est le rapport des capacités thermiques à pression et volume constants, supposé indépendant de la température.

3.1 - Réécrire cette loi en fonction des variables T et P et du rapport γ

3.2 - En déduire les expressions des températures T_2 et T_4 en fonction de P_1, P_2, T_1, T_3 et γ .

4 - Préciser, pour une mole de gaz, les expressions des quantités de chaleur Q_C et Q_F échangées respectivement avec la source chaude et la source froide.

5 - En utilisant le Premier Principe, donner l'expression du travail global W fourni à cette mole de gaz pendant un cycle en fonction de C_p, T_1, T_2, T_3 et T_4 .

6- Le rapport $r = P_2/P_1$ est généralement imposé par les limites de résistance mécanique du compresseur.

6.1 - Montrer que le rendement théorique η_{th} de cette machine s'écrit :

$$h_{th} = 1 - r^{\frac{1-g}{g}}$$

6.2 - Avec lequel des trois gaz suivants obtiendra-t-on le meilleur rendement ? Justifier.

Gaz	Valeur γ
Argon	$5/3 = 1,67$
Air	$7/5 = 1,40$
Gaz carbonique	1,31

7 - Applications numériques

7.1 - Donner les valeurs de T_2 , T_4 et η_{th} , pour $\gamma = 1,67$, $r = 4,0$, $P_1 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa, $T_1 = 300$ K et $T_3 = 900$ K.

7.2 - Comparer la valeur de η_{th} au rendement de Carnot η_{Ca} calculé dans le cas d'une source froide de température T_1 et d'une source chaude de température T_3 . Ce résultat était-il prévisible ? Pourquoi ?