BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

Session 2000

Epreuve de Mathématiques

Groupe A

Durée : 3 heures

SPECIALITES	COEFFICIENT
Contrôle industriel et régulation automatique	2
Electronique	2
Génie optique	3
Informatique Industrielle	3
Electrotechnique	1
Techniques Physiques pour l'Industrie et le Laboratoire	3

Le sujet comprend 3 pages, numéroté de 1 à 3
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.
Il comprend 6 pages, numérotées de 1 à 6.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Exercice 1 (8 points)

Les objectifs de cet exercice sont d'obtenir le développement en série de Fourier d'une fonction puis d'utiliser ce développement pour obtenir les sommes de deux séries numériques.

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$, paire, périodique de période π, telle que :

$$f(t) = \frac{\pi}{2}t \text{ si } t \text{ appartient à l'intervalle } \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

1. Tracer la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$.

2. Déterminer les coefficients de Fourier réels associés à la fonction f. On précisera la valeur de a_n suivant la parité de l'entier non nul n.

3.

   3.1. Montrer que la fonction f vérifie les conditions d'application du théorème de Dirichlet.

   3.2. Soit $S(t) = \dfrac{\pi^2}{8} - \displaystyle\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} \cos(2(2p+1)t)$.

   Donner, en la justifiant, la valeur de $S(t)$ sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ puis sur $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

4. Soient les séries numériques, convergentes, de terme général

$$u_p = \frac{1}{(2p+1)^2} \text{ et } v_p = \frac{1}{(2p+1)^4} \qquad (p \in \mathbb{N}).$$

   4.1. En utilisant le développement en série de Fourier de la fonction f déterminer

$$\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2}.$$

   4.2. On rappelle la formule de Parseval : $\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_a^{a+T} f^2(t)\,\mathrm{d}t = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}\left(a_n^2 + b_n^2\right)$.

   En utilisant cette formule, déterminer $\displaystyle\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^4}$.

MATGRA

Exercice 2 (12 points)

Un système physique est régi par l'équation différentielle suivante dans laquelle les nombres R et C sont des constantes strictement positives.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{1}{RC}v(t) = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}(t) \qquad \text{(E1)}.$$

Partie I

Dans cette partie on suppose que la fonction f est définie pour tout t réel par : $\begin{cases} f(t) = 0 \text{ pour } t < 0 \\ f(t) = V_0 \text{ pour } t \geq 0 \end{cases}$

où V_0 est une constante réelle strictement positive.

1. Calculer $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}(t)$ pour t appartenant à $]-\infty, 0[$ puis résoudre sur $]-\infty, 0[$ l'équation différentielle (E1) avec la condition $v(0^-) = \lim\limits_{t \to 0^-} v(t) = 0$.

2. Calculer $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}(t)$ pour t appartenant à $]0, +\infty[$ puis résoudre sur $]0, +\infty[$ l'équation différentielle (E1) avec la condition $v(0^+) = \lim\limits_{t \to 0^+} v(t) = V_0$.

3. Etudier sur $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ les variations de la fonction v. Donner dans un repère orthonormal, l'allure de la représentation graphique de la fonction v pour t réel non nul. On prendra, pour réaliser le graphique, $RC = 1$ et $V_0 = 2$.

PARTIE II

La fonction échelon unité apparaissant dans cette partie est définie par : $\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 \text{ pour } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 \text{ pour } t \geq 0. \end{cases}$

Dans cette partie on suppose que la fonction f est définie pour tout t réel par $f(t) = V_0\big(\mathcal{U}(t) - \mathcal{U}(t-\tau)\big)$ où τ est un réel strictement positif. Le système est alors régi par l'équation :

$$v(t) + \frac{1}{RC}\int_0^t v(u)\,\mathrm{d}u = f(t) \qquad \text{(E2)}.$$

1. Donner dans un repère orthogonal, la représentation graphique de la fonction f (on prendra, pour réaliser le graphique, $V_0 = 2$ et $\tau = 1$).

   Déterminer la transformée de Laplace de la fonction f.

2. On suppose que la fonction v est nulle pour $t < 0$, et qu'elle admet une transformée de Laplace notée $p \mapsto V(p)$.

   2.1. Résoudre, en utilisant la transformation de Laplace, l'équation (E2).

2.2. En déduire que la fonction v est définie par :

$$\begin{cases} v(t) = 0 \text{ pour } t < 0 \\ v(t) = V_0 \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \text{ pour } 0 \leq t < \tau \\ v(t) = V_0 \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\left(1 - \mathrm{e}^{\frac{\tau}{RC}}\right) \text{ pour } t \geq \tau. \end{cases}$$

3. Dans cette question, on s'intéresse à la représentation graphique de la fonction v.

3.1. Calculer $v(\tau^-)$ définie par $v(\tau^-) = \lim\limits_{t \to \tau^-} v(t)$ et montrer que $v(\tau^-) < V_0$.

3.2. Montrer que le "saut" σ de la fonction v en $t = \tau$, défini par $\sigma = v(\tau^-) - v(\tau)$, est égal à V_0.

3.3. Etudier les variations de la fonction v pour $t \geq \tau$.

3.4. En utilisant les résultats précédents et ceux de la partie I, question 3, donner l'allure de la représentation graphique de la fonction v dans un repère orthogonal. On prendra, pour réaliser le graphique, $RC = 1$, $V_0 = 2$ et $\tau = 1$.

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

SESSION 2000

BTS : groupement A

CONTRÔLE INDUSTRIEL
ET REGULATION AUTOMATIQUE

ELECTROTECHNIQUE

ELECTRONIQUE

GENIE OPTIQUE

INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

TECHNIQUE PHYSIQUE
POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. *RELATIONS FONCTIONNELLES*

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$, $\operatorname{ch} t = \frac{1}{2}\left(e^t + e^{-t}\right)$

$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$, $\operatorname{sh} t = \frac{1}{2}\left(e^t - e^{-t}\right)$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. *CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL*

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to -\infty} e^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\dfrac{1}{t}$	$\operatorname{ch} t$	$\operatorname{sh} t$
e^t	e^t	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$t^\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\operatorname{Arc}\sin t$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$	$\operatorname{Arc}\tan t$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$\tan t$	$\dfrac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$	$e^{at} \quad (a \in \mathbb{C})$	$a e^{at}$

Opérations

$(u+v)' = u' + v'$

$(k u)' = k u'$

$(uv)' = u' v + u v'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' v - u v'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u) u'$

$\left(e^u\right)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$\left(u^a\right)' = a\, u^{a-1} u'$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)\, dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\, v'(t)\, dt = [u(t) v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)\, v(t)\, dt$$

d) Développements en séries entières

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots + \frac{t^n}{n!} + \cdots$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 + \cdots + (-1)^n t^n + \cdots$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + \cdots$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + \cdots$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + \cdots$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + \cdots$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)\, x' + b(t)\, x = 0$	$f(t) = k e^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \dfrac{b(t)}{a(t)}$
$a x'' + b x' + c x = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ .... où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu) e^{rt}$ .... où r est la racine double de l'équation caractéristique
$a r^2 + b r + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)] e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines
de discriminant Δ	complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. SERIES DE FOURIER

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} \left(a_k \cos(k\,\omega\,t) + b_k \sin(k\,\omega\,t)\right) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n e^{\mathrm{i}n\omega t}\ , \ (k \in \mathbb{N}^*,\ n \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\,\mathrm{d}t\ ; \qquad a_k = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\cos(k\omega t)\,\mathrm{d}t\ ; \qquad b_k = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\sin(k\,\omega\,t)\,\mathrm{d}t\,.$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega t}\,\mathrm{d}t\ (n \in \mathbb{Z})\ ; \qquad c_0 = a_0\ ; \qquad \frac{a_k - \mathrm{i}b_k}{2} = c_k\ ; \qquad \frac{a_k + \mathrm{i}b_k}{2} = c_{-k}\ \ (k \in \mathbb{N}^*).$$

4. TRANSFORMATION DE LAPLACE

Fonctions usuelles

$$\mathrm{L}\ (\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p}\ ; \qquad \mathrm{L}\ (t\,\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p^2}\ ; \qquad \mathrm{L}\ \left(t^n\,\mathcal{U}(t)\right) = \frac{n!}{p^{n+1}}\ \ (n \in \mathbb{N})\ ;$$

$$\mathrm{L}\ \left(\mathrm{e}^{-at}\,\mathcal{U}(t)\right) = \frac{1}{p+a}\ ;\ \mathrm{L}\ (\sin(\omega t)\,\mathcal{U}(t)) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2}\ ; \qquad \mathrm{L}\ (\cos(\omega t)\,\mathcal{U}(t)) = \frac{p}{p^2+\omega^2}\,.$$

Propriétés

$$\begin{tikzcd} f(t)\,\mathcal{U}(t) \arrow[r, bend left, "\mathcal{L}"] & F(p) \arrow[l, bend left, "\mathcal{L}^{-1}"] \end{tikzcd}$$

$f(\alpha\,t)\,\mathcal{U}(t) \qquad \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha}F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
$f(t-\tau)\,\mathcal{U}(t-\tau)$	$F(p)\mathrm{e}^{-\tau p}$
$f(t)e^{-at}\,\mathcal{U}(t)$	$F(p+a)$
$f'(t)\,\mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t)\,\mathcal{U}(t)$	$p^2F(p) - pf(0^+) - f'(0^+)$
$-t\,f(t)\,\mathcal{U}(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u)\,\mathcal{U}(u)\,\mathrm{d}u$	$\frac{F(p)}{p}$
$\frac{f(t)}{t}\,\mathcal{U}(t)$	$\int_p^{+\infty} F(u)\,\mathrm{d}u$
$\int_0^t f(u)g(t-u)\,\mathcal{U}(u)\,\mathrm{d}u$	$F(p)\,G(p)$
$f(t)\,\mathcal{U}(t)$ où f périodique de période T	$F_0(p)\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-pT}}$ où $F_0(p) = \int_0^T f(t)\mathrm{e}^{-pt}\,\mathrm{d}t$

3. *PROBABILITES*

a) **Loi binomiale** $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) **Loi de Poisson**

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0.0758	0.0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0.0126	0.0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

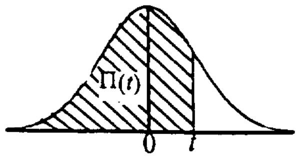
k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

c) **Loi normale**

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE N(0,1)

$$\Pi(t) = P(T \le t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$