

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

COMPTABILITÉ ET GESTION

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Session 2022

Durée : 2 heures
Coefficient : 3

Matériel autorisé :

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 5 pages, numérotées de 1 / 5 à 5 / 5.

EXERCICE N°1 : (10 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Internaute en France

L'évolution de la proportion d'internautes (utilisateurs d'Internet) en France est donnée par le tableau ci-dessous :

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
Proportion : y_i (en pourcentage de la population)	78,0	79,3	80,5	82,0	83,3

(source : Banque Mondiale)

Par exemple, en 2015, 78,0 % des Français ont utilisé Internet.

1. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i ; y_i)$, arrondi à 0,001 près.
Expliquer pourquoi ce résultat permet d'envisager un ajustement affine.
2. Donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$ où a et b sont à arrondir à 0,01 près.
3. On décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i ; y_i)$ par la droite d'équation : $y = 1,3x + 78$. Utiliser ce modèle pour répondre aux questions suivantes :
 - a. Estimer la proportion d'internautes en France en 2023.
 - b. Estimer à partir de quelle année la proportion d'internautes dépassera 90% en France.

Partie B : Internaute dans le monde

L'évolution du nombre d'internautes dans le monde est donnée par le tableau ci-dessous :

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Nombre d'internautes dans le monde (en millions)	3 170	3 417	3 650	3 896	4 390

(source : Statista 2021)

1. En 2015, la population mondiale était estimée à environ 7 400 millions de personnes. Calculer la proportion d'internautes dans le monde en 2015. Arrondir à 0,1% près.
2. Justifier que, sur la période 2015 à 2019, le nombre d'internautes dans le monde a augmenté d'environ 38,5 %.
3. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'internautes dans le monde entre 2015 et 2019. Arrondir à 0,1% près.

4. La suite (u_n) modélise le nombre de millions d'internautes dans le monde pour l'année $(2019 + n)$. On a ainsi : $u_0 = 4\,390$.
On estime, qu'à partir de l'année 2019, le nombre u_n d'internautes dans le monde augmente chaque année de 8,5%.
- Calculer u_1 puis u_2 . Arrondir à l'unité.
Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
 - Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner sa raison. Justifier.
 - Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
 - D'après ce modèle, quel serait le nombre d'internautes dans le monde en 2023 ?
Arrondir au million près.
 - On estime que la population mondiale sera de 8 milliards d'habitants en 2023.
Calculer une estimation de la proportion d'internautes dans le monde en 2023.
Arrondir à 1% près.

EXERCICE N°2 : (10 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Probabilités conditionnelles

Dans le stock d'un revendeur informatique, 30% des ordinateurs sont des ordinateurs fixes, 45% sont des ordinateurs portables et le reste sont des ordinateurs-tablettes.

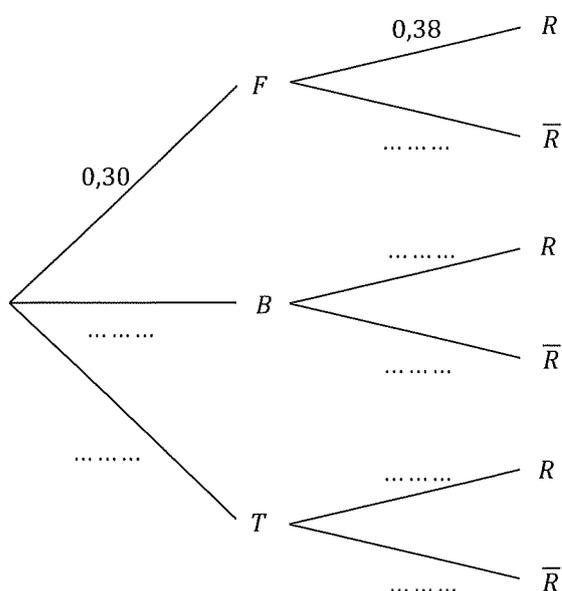
38% des ordinateurs fixes, 10% des ordinateurs portables et 2% des ordinateurs-tablettes sont du matériel reconditionné.

On choisit au hasard un ordinateur dans le stock de ce revendeur. Tous les ordinateurs ont la même probabilité d'être choisis.

On considère alors les événements suivants :

- F : l'ordinateur est un ordinateur fixe ;
- B : l'ordinateur est un ordinateur portable ;
- T : l'ordinateur est un ordinateur-tablette ;
- R : l'ordinateur est un ordinateur reconditionné ; \bar{R} est l'événement contraire de R .

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



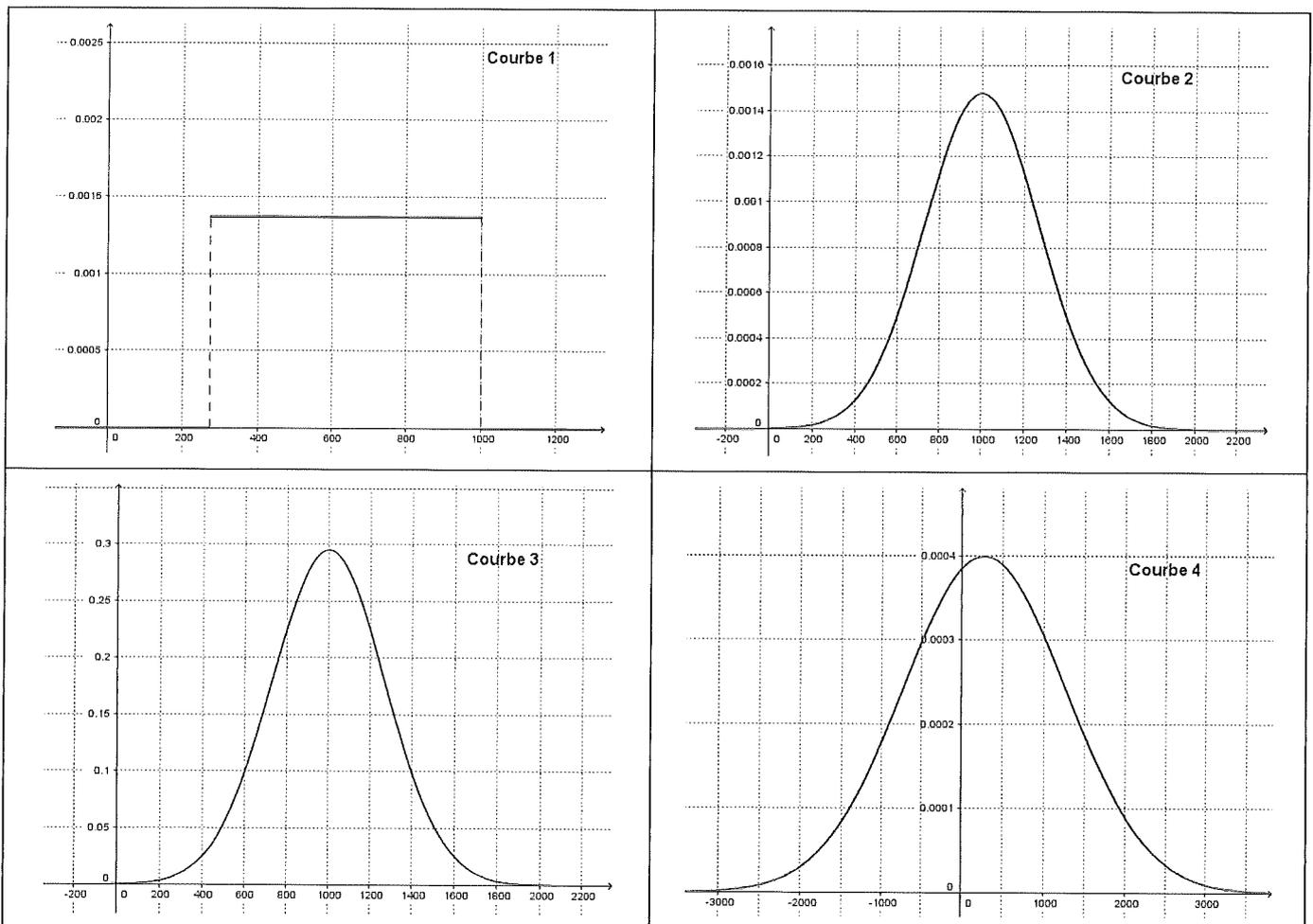
- Calculer la probabilité que l'ordinateur soit un ordinateur fixe reconditionné.
- Montrer que $P(R) = 0,164$.
- L'ordinateur choisi n'est pas un ordinateur reconditionné. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un ordinateur-tablette ? Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie B : Loi normale

Un client achète un ordinateur chez ce revendeur.

La durée en jours entre la vente de cet ordinateur et sa première panne est modélisée par la variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne 1 000 et d'écart-type 270.

- Calculer la probabilité $P(X \geq 730)$. Arrondir à 10^{-3} près. Interpréter ce résultat.
- L'ordinateur est garanti un an. Que penser de cette garantie ? Justifier.
- Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte.
Pour chacune des quatre courbes suivantes, indiquer en justifiant si elle peut être la courbe représentative de fonction densité de la variable aléatoire X . L'aire sous la courbe peut donner une indication.



Partie C : Mathématiques financières

Pour l'achat de son futur ordinateur, le client contracte un prêt à la consommation de 1 500 € remboursable en 12 mensualités constantes au taux mensuel de 0,5 %.

On rappelle que si C désigne le capital emprunté, t désigne le taux mensuel de l'emprunt et n désigne le nombre de mensualités, alors le montant d'une mensualité constante m est égal à :

$$m = C \times \frac{t}{1 - (1 + t)^{-n}}$$

1. Montrer que le montant de la mensualité constante m correspondant à cette situation est d'environ 129,10 €.
2. On donne ci-dessous un extrait incomplet du tableau d'amortissement correspondant à cet emprunt. Donner sur votre copie la valeur des nombres contenus dans les trois cases grisées ①, ② et ③. Si des calculs sont nécessaires, les écrire sur la copie.

Mois	Capital restant dû en début de mois	Intérêts dus	Amortissement du capital	Mensualité constante
1	1 500,00 €	①	②	129,10 €
2	③	129,10 €
3	1 256,19 €	129,10 €
...
12	128,45 €	129,10 €

3. Quelle est la somme totale remboursée ? En déduire le coût de cet emprunt.