ᔓ Brevet de technicien supérieur Métropole ᔕ session 10 mai 2011 - Informatique de gestion

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

Durée : 3 heures Coefficient : 2

Exercice 1 **5 points**

Cet exercice est un Q.C.M. (questionnaire à choix multiple). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, il n'existe qu'une seule réponse correcte.
On présentera les résultats en donnant le numéro de la question et en recopiant la réponse éventuellement choisie.

Barème : 1 point par réponse exacte, 0 point pour absence de réponse ou réponse fausse.

On considère un graphe à quatre sommets A, B, C, D, dont la matrice d'adjacence est :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Question 1
Le sommet C est de niveau :

a. 0	**b.** 1	**c.** 2	**d.** 3

Question 2
Le nombre total de chemins de longueur 2 est :

a. 2	**b.** 3	**c.** 4	**d.** 5

Question 3
Il existe un chemin de longueur 3 allant :

a. de A vers C	**b.** de B vers A	**c.** D vers B	**d.** A vers B

Question 4
Il existe dans ce graphe :

a. un chemin de longueur 4 ;	**b.** un chemin hamiltonien ;	**c.** un chemin de longueur 2 arrivant à D ;	**d.** un circuit.

Question 5
Pour obtenir la fermeture transitive de ce graphe, le nombre d'arcs à rajouter est :

a. 1	**b.** 3	**c.** 4	**d.** 9

Exercice 2 **8 points**

Une entreprise fabrique et commercialise des composants électroniques assemblés dans deux ateliers numérotés 1 et 2.
L'atelier 1 fournit 80 % de la production et l'atelier 2 fournit les 20 % restants.
On a remarqué que 1,5 % des composants issus de l'atelier 1 sont défectueux, et que 4 % des composants issus de l'atelier 2 sont défectueux.

Partie A

On prend au hasard un composant dans la production d'une journée et on considère les évènements suivants :

— évènement A : « le composant provient de l'atelier 1 » ;
— évènement B : « le composant provient de l'atelier 2 » ;
— évènement D : « le composant est défectueux ».

1. Déduire de l'énoncé les probabilités $P(A)$ et $P(B)$, ainsi que les probabilités conditionnelles $P_A(D)$ et $P_B(D)$.
2. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau à double entrée.
3. Calculer la probabilité de l'évènement D.
4. On constate qu'un composant est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il provienne de l'atelier 1 ?

Dans la suite, on supposera que 2 % *des composants produits par l'entreprise sont défectueux.*

Partie B

Dans cette partie, sauf indication contraire, les résultats seront arrondis au millième.
Un client commande un lot de 150 composants.
On assimile le choix des 150 composants à des tirages successifs avec remise.
On note X la variable aléatoire qui représente le nombre de composants défectueux que contient ce lot.

1. Justifier le fait que la variable aléatoire X suit une loi binomiale, et donner les paramètres de cette loi.
2. Donner l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire X.
3. Calculer la probabilité d'avoir exactement 4 composants défectueux dans le lot. (Arrondir le résultat au millième.)
4. On admet que la loi de la variable aléatoire X peut être approchée par la loi d'une variable aléatoire Y qui suit la loi de Poisson de paramètre 3.
   a. Justifier cette valeur du paramètre.
   b. Déterminer, avec la précision permise par les tables, la probabilité d'avoir strictement plus de 4 composants défectueux dans le lot.

Partie C

Une société d'import-export commande un lot de 1 500 composants. On assimile le choix des 1 500 composants à des tirages successifs avec remise.
La variable aléatoire qui comptabilise le nombre de composants défectueux dans ce lot, suit une loi binomiale. On admet que la loi de cette variable aléatoire peut être approchée par la loi d'une variable aléatoire Z qui suit la loi normale de moyenne 30 et d'écart-type $5,42$.

1. Justifier le choix des paramètres de la loi normale.
2. Donner une approximation de la probabilité d'avoir au plus 20 composants défectueux dans un lot, en calculant $P(Z \leqslant 20,5)$.
3. Calculer $P(24,5 \leqslant Z \leqslant 35,5)$ avec la précision permise par les tables. En tenant compte de la correction de continuité, donner une interprétation du résultat en termes de composants défectueux.

Exercice 3 **7 points**

La feuille annexe sera rendue avec la copie. Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, sauf indication contraire, les résultats seront arrondis au centième.

Une entreprise fabrique un nouveau modèle d'appareils avec port USB. Le coût de fabrication de chaque appareil est de 10 euros. L'entreprise envisage de vendre chaque appareil entre 15 euros et 40 euros l'unité.
Avant la commercialisation l'entreprise effectue une étude de marché afin de déterminer la quantité demandée en fonction du prix de vente. L'étude a donné les résultats qui sont récapitulés dans le tableau suivant.

Prix unitaire (en euro) x_i	15	20	25	30	35	40
Quantité demandée (en milliers) y_i	44,4	27,0	16,3	10,0	6,2	3,5

On lit par exemple : pour un prix unitaire de 25 euros, la demande serait de 16 300 unités.

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal. Les unités sont : 1 cm pour 2 euros en abscisse, et 1 cm pour 2 milliers en ordonnée. Le point d'intersection des axes de coordonnées sera le point de coordonnées (15 ; 0).
2. Le graphique précédent nous conduit à envisager un ajustement qui n'est pas affine. Pour cela, on effectue un changement de variable en posant : $z_i = \ln y_i$.
   a. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x_i	15	20	25	30	35	40
$z_i = \ln y_i$	3,79	3,30				

   b. À l'aide de la calculatrice, donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ z_i)$.
   c. Donner une équation de la droite de régression de z en x sous la forme $z = ax + b$, où les coefficients a et b seront arrondis au dixième.
   d. En déduire une estimation de la quantité demandée y en fonction du prix unitaire x sous la forme $y = k\mathrm{e}^{-Ax}$, où A et k sont des constantes que l'on déterminera. (Arrondir k à l'unité et A au dixième.)

Partie B

Dans cette partie, on suppose que, si chaque appareil est vendu au prix unitaire x (en euro), la quantité d'appareils demandés $f(x)$, en milliers d'unités, s'exprime par :

$$f(x) = 200\mathrm{e}^{-0,1x}.$$

La fonction f (fonction de demande) est définie sur l'intervalle [15 ; 40]. La représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction f est donnée en annexe.

1. Déterminer graphiquement le montant de la demande si l'entreprise propose l'appareil à 23 euros.
2. Par le calcul, déterminer dans quel intervalle doit se situer le prix unitaire pour que la quantité demandée soit supérieure ou égale à 9 000 unités.
3. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f. En déduire le sens de variation de la fonction f.
4. On appelle fonction d'offre la fonction g, définie sur l'intervalle [15 ; 40], par :

   $$g(x) = 4x - 60.$$

   Le nombre $g(x)$ est le nombre de milliers d'appareils que l'entreprise est capable de produire et de vendre au prix de x euros l'appareil.
   Tracer sur la feuille annexe la représentation graphique de la fonction g.
5. On appelle prix d'équilibre le prix unitaire x d'un appareil pour lequel l'offre est égale à la demande.

a. Déterminer graphiquement le prix d'équilibre.

b. Déterminer graphiquement combien l'entreprise peut compter vendre d'appareils, au prix d'équilibre.

c. Estimer alors le bénéfice réalisé.

On rappelle que le coût de fabrication d'un appareil est de 10 *euros.*

6. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{15}^{21} f(x)\,\mathrm{d}x$.

FEUILLE ANNEXE (à rendre avec la copie)

Le dessin à compléter pour l'exercice 3.