BTS MAINTENANCE 1991 Y-NT/MSP1

Durée 2 heures

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

L'épreuve comporte deux exercices indépendants.

Exercice 1 (8 points)

I - Calcul intégral

(1) Calculer $I_0 = \int_0^1 e^x dx$ en valeur exacte.

(2) Soit $I_1 = \int_0^1 x e^x dx$ et $I_2 = \int_0^1 x^2 e^x dx$.

Montrer que $I_1 = 1$ et $I_2 = e - 2$.

(On pourra utiliser des intégrations par parties).

II - Applications

(1) a) Montrer que la fonction g définie sur $[0, 1]$ par $g(x) = x e^x$ peut représenter une densité de probabilité d'une variable aléatoire X .

b) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de cette variable aléatoire.

(2) Dans un repère orthonormal (unité 1 cm) on considère la courbe représentative (C) de la fonction f définie par

$f(x) = e^x$ sur $[0; 1]$. Une plaque homogène de masse surfacique 1g/cm^2 est délimitée par l'axe $x'Ox$, la courbe (C) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Le moment d'inertie de cette plaque en g.cm^2 par rapport à la droite d'équation $x = 1$ est donné par $J = \int_0^1 (1-x)^2 e^x dx$.

Calculer J en valeur exacte et ensuite en valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice 2 (12 points)

L'usine «Mécanix» est spécialisée dans la fabrication de pièces métalliques.

I - Le poids d'une pièce est une variable aléatoire X , normale, de moyenne 10g et d'écart type 0,2g.

(1) La société «Aérolux» cliente de «Mécanix» n'accepte que les pièces dont le poids se situe dans l'intervalle $[9,54 \text{ g}; 10,46 \text{ g}]$.

Quel est le pourcentage prévisible de pièces refusées ?

(2) En admettant que ce pourcentage soit de 2% on désigne par Y le nombre de pièces refusées dans un lot de 100 pièces.

A 10^{-3} près, calculer la probabilité que Y soit égal à 3

a) en utilisant la loi binomiale (on précisera les paramètres)

b) en utilisant la loi de Poisson (on précisera le paramètre).

II - Les durées de vie, en jours, de 9 pièces utilisées dans des conditions semblables ont donné le résultat suivant : 53 ; 112 ; 178 ; 255 ; 347 ; 458 ; 600 ; 805 ; 1151 jours.

Utilisation de la méthode des rangs moyens :

a) Compléter le tableau fourni en annexe

b) A l'aide du papier semi-logarithmique vérifier que la loi de fiabilité $R(t)$ est exponentielle et déterminer son paramètre.