

Le sujet de physique étudie l'alimentation du tube à rayons X qui permet de fournir des images par radiographie ou radioscopie.

On analyse plus précisément, le réglage de l'alimentation qui fournit la haute tension au tube.

Le schéma général de l'alimentation est donné page 13. Les dénominations utilisées sont conservées dans tout le problème.

Un tableau réduit de transformées de Laplace est donné page 12.

CARACTERISTIQUES GENERALES DE L'ALIMENTATION DU TUBE.

Relevées dans le dossier de fonctionnement et de maintenance de l'appareil, voici les caractéristiques générales de l'alimentation du tube à rayons X.

- Alimentation générale : secteur triphasé 380 V entre phases.
- Haute tension maximale : $U_{MAX} = 150$ kV.
- Intensité maximale du courant d'anode : $I_{A MAX} = 600$ mA.
- Puissance maximale de la haute tension : $P_{MAX} = 50$ kW.
- Intensité efficace maximale du courant de chauffage du filament : $I_{F MAX} = 5,5$ A.

PREMIERE PARTIE : GRANDEURS D'EXPLOITATION DU RAYONNEMENT.

Le rayonnement auquel est soumis le patient doit respecter certaines caractéristiques pour ne pas constituer un danger pour celui-ci et pour produire une image contrastée de la partie observée. Parmi ces caractéristiques, on peut citer :

- la longueur d'onde λ du rayonnement dépendant de U , la tension anode - cathode du tube,
- l'intensité du rayonnement dépendant de l'intensité du courant de chauffage du filament,
- la durée de l'exposition au rayonnement.

1- Détermination de la longueur d'onde du rayonnement.

Le spectre continu du rayonnement X présente une longueur d'onde minimale λ_0 et un maximum d'intensité pour une longueur d'onde λ_m égale à $1,5 \lambda_0$. On veut déterminer la valeur de λ_m .

1-1 Exprimer l'énergie cinétique d'un électron lors de son impact sur l'anode en fonction de la tension U (on néglige l'énergie cinétique qu'il possède quand il quitte la cathode).

APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

1-2 Pour déterminer la longueur d'onde minimale du rayonnement, on suppose que dans ce cas, l'énergie cinétique acquise par l'électron au niveau de l'anode est entièrement transformée en rayonnement.

Donner l'expression de l'énergie W d'un photon en fonction de sa fréquence, ν , puis en fonction de la longueur d'onde, λ . En déduire l'expression de la longueur d'onde minimale produite, soit λ_0 .

1-3 Application numérique. On donne :

q , valeur absolue de la charge d'un électron, $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$;

h , constante de Planck, $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$; $U = 100 \text{ kV}$. Un Angström, $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$.

La vitesse de la lumière dans le vide est c : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

- Calculer λ_0 . En déduire λ_m . Exprimer cette valeur en \AA .

2 - Relation entre l'intensité efficace du courant dans le filament et l'intensité du flux d'électrons dans le tube.

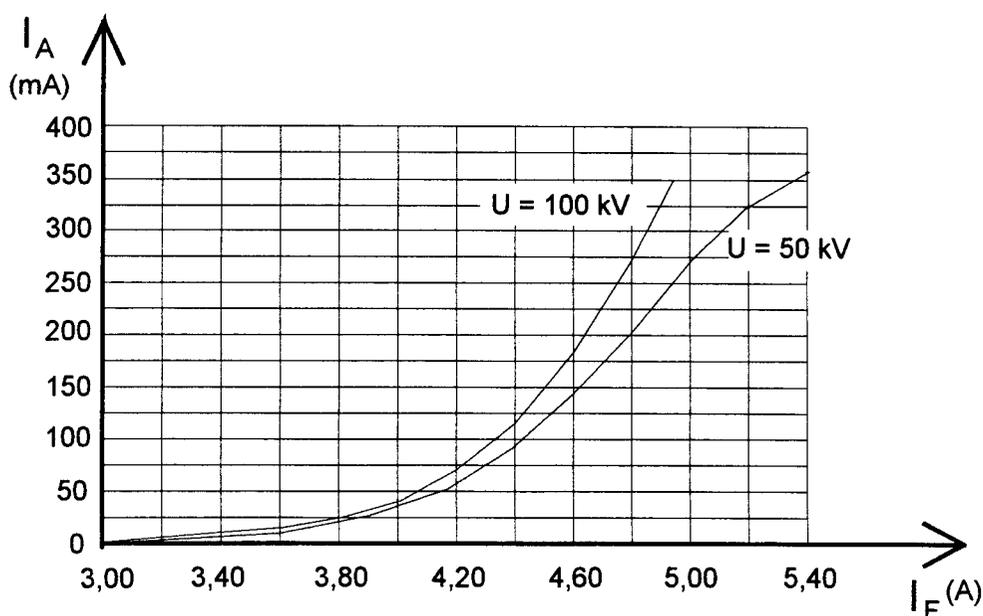
La haute tension du tube est maintenue à : $U = 100 \text{ kV}$.

On fournit ci-dessous l'abaque donnant l'intensité I_A du courant électrique dans le tube en fonction de l'intensité I_F du courant dans le filament.

On veut réaliser une émission de puissance 15 kW pendant 2 secondes.

2-1 Quelle sera l'intensité I_A du courant dans le tube ?

2-2 Quel devra être le réglage du courant I_F dans le filament ?



DEUXIEME PARTIE : PRODUCTION DE LA HAUTE TENSION.

Description du schéma général de la page 13.

La tension Anode - Cathode du tube à rayons X peut atteindre 150 kV. Dans tout le problème, on gardera la valeur $V_{AK} = U = 100 \text{ kV}$.

Cette alimentation est obtenue à partir du secteur triphasé (380 V entre phases). Celui-ci est redressé par un pont de 6 diodes et filtré. On obtient une tension continue V_0 légèrement inférieure à la tension maximale entre phases.

Cette tension V_0 est découpée par les thyristors Th_1 et Th_2 . La charge oscillante composée de L et des condensateurs de capacité C, permet l'extinction des thyristors.

On obtient les tensions e_1 aux primaires des transformateurs T_1 et T_2 .

Les tensions aux secondaires de T_1 et T_2 , soit e_2 , sont redressées, filtrées et associées en série pour créer la haute tension du tube, U.

Le montage a été structuré au secondaire pour faire apparaître un point milieu M, qui sert de référence de tension pour toutes les commandes et les protections de l'alimentation.

Les atténuateurs ($R_1 C_1$; $R_2 C_2$) servent à élaborer la tension de retour pour le réglage de U. On néglige les courants qui les traversent.

Le chauffage de la cathode est obtenu par un courant I_F transmis à travers le transformateur d'isolement T_3 .

La tension U est régulée par un système bouclé qui sera étudié en Deuxième Partie II. Elle est asservie à la tension de consigne U_C . De même le courant I_F est asservi à la tension de consigne U_{IF} .

I - ETUDE DU COURANT PRIMAIRE $i_1(t)$.

Hypothèses simplificatrices.

- On étudie le régime permanent de l'alimentation. Les tensions V_0 et U sont considérées comme constantes.
- Les commutateurs (thyristors et diodes) sont considérés comme parfaits. Ce sont des courts-circuits quand ils conduisent, ce sont des circuits ouverts quand ils sont bloqués. Leur commutation est instantanée.

APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

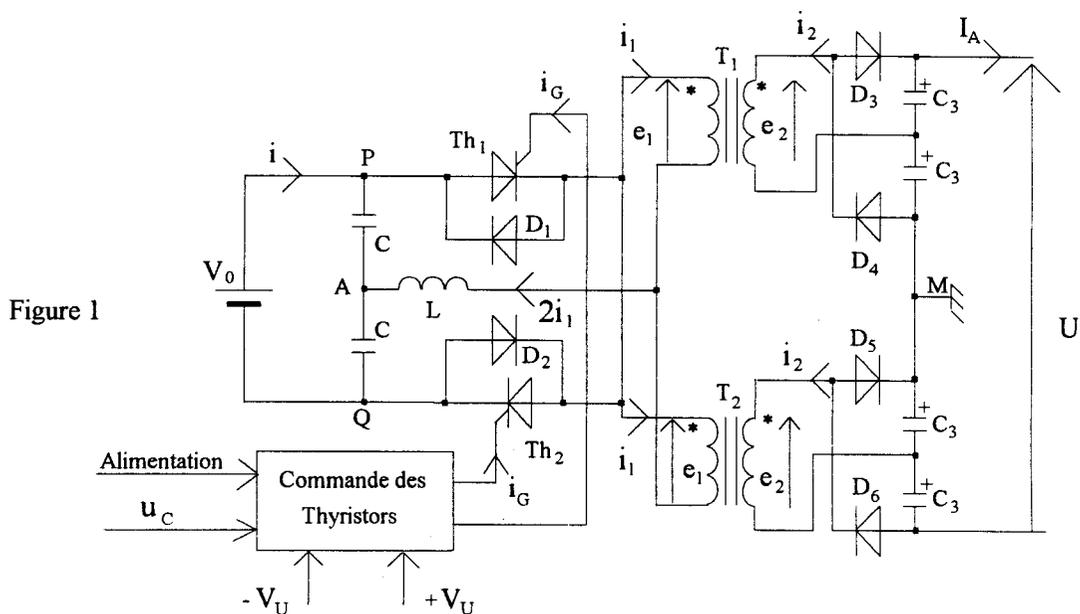
- Les transformateurs T_1 et T_2 sont identiques et parfaits. Ils ont N_1 spires au primaire et N_2 spires au secondaire.

Les tensions primaires et secondaires sont dans le rapport de transformation : $\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} = n$.

- Les courants i_1 au primaire et i_2 au secondaire suivent la loi: $N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$.
- Les enroulements ne présentent pas de résistance.
- L'inductance L est celle d'une bobine dont on néglige la résistance.
- La puissance de sortie de l'alimentation est égale à la puissance fournie à l'entrée car toutes les pertes sont négligées.

Schéma du montage.

On donne ci-dessous, figure 1, le schéma de l'alimentation. L'intensité i_1 du courant au primaire est commandée par la mise en conduction alternée des thyristors Th_1 et Th_2 . L'extinction de ceux-ci est naturelle : elle est obtenue par la charge oscillante constituée par l'inductance L et les deux capacités C . La continuité du courant primaire est assurée par les diodes D_1 et D_2 .

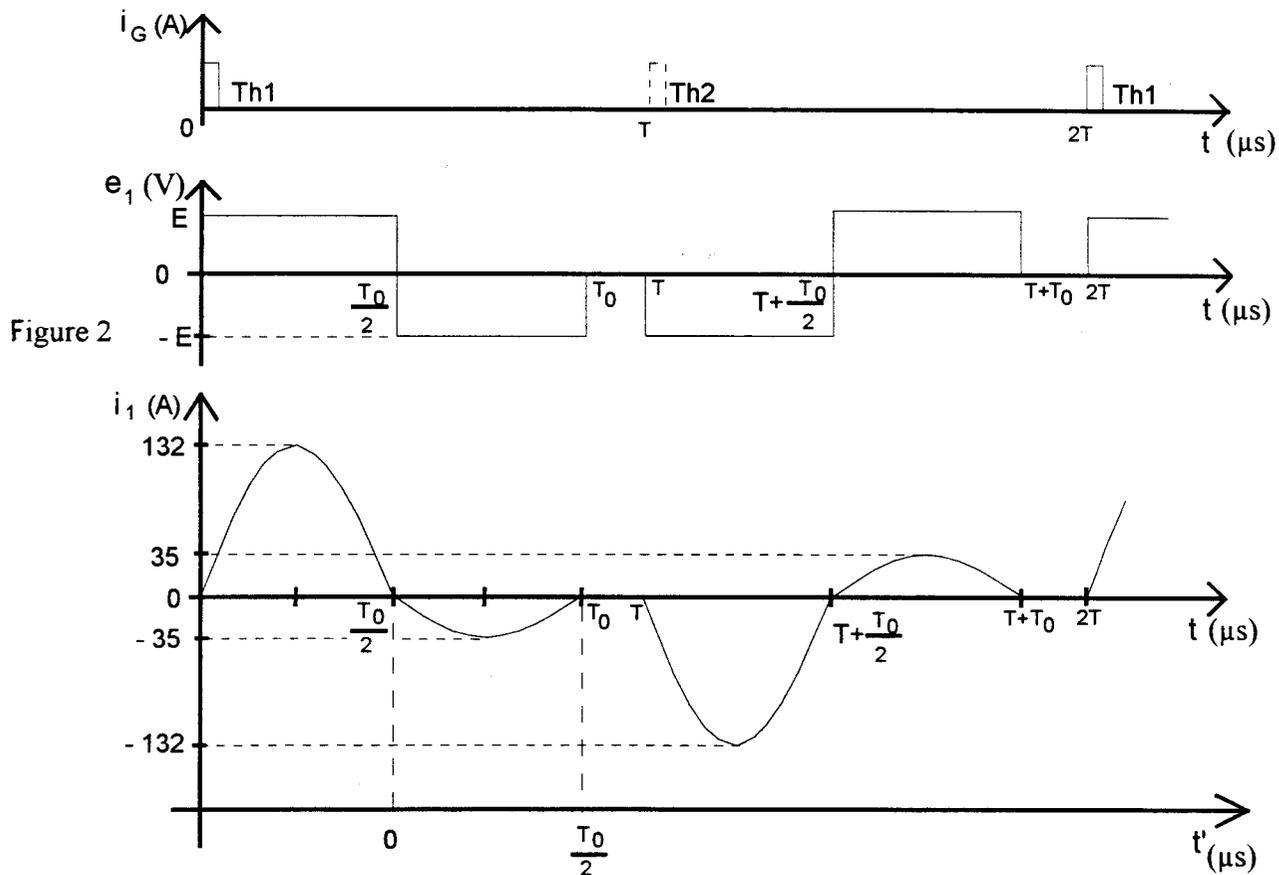


Dans la figure 2, on a représenté en synchronisme, les impulsions de gâchette des thyristors (celle qui déclenche Th_2 est représentée en pointillé), la tension e_1 au primaire des transformateurs T_1 et T_2 et $i_1(t)$, le courant dans un enroulement primaire.

I -1 Détermination du schéma équivalent de l'alimentation au primaire.

Pour déterminer le schéma équivalent au primaire du transformateur, on énonce d'abord les observations suivantes :

- Etant donné la symétrie du montage, au secondaire notamment, la tension constante U se répartit également aux bornes de chaque capacité C_3 .
- On prend comme instant initial celui où l'impulsion de gâchette i_G , rend Th_1 conducteur, Th_2 étant bloqué. Un courant i_1 circule dans chaque primaire des transformateurs. Il en découle un courant i_2 dans chaque secondaire. Celui-ci traverse l'une des deux diodes (D_3 ou D_4 pour T_1 , D_5 ou D_6 pour T_2) suivant son sens de parcours.
- Le sens de i_2 fixe la tension e_2 au secondaire des transformateurs et donc la tension e_1 qui apparaît au primaire.
- La tension V_0 est constante. Elle a pour valeur : $V_0 = 530$ V.



APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

I - 1- 1 Montrer que le thyristor Th_1 et la diode D_2 **ne peuvent** conduire en même temps et qu'il en est de même pour le thyristor Th_2 et la diode D_1 .

I - 1- 2 Montrer que, dans l'intervalle $[0, \frac{T_0}{2}]$, parmi tous les thyristors et toutes les diodes de la figure 1, seuls

Th_1 , D_3 et D_5 sont passants.

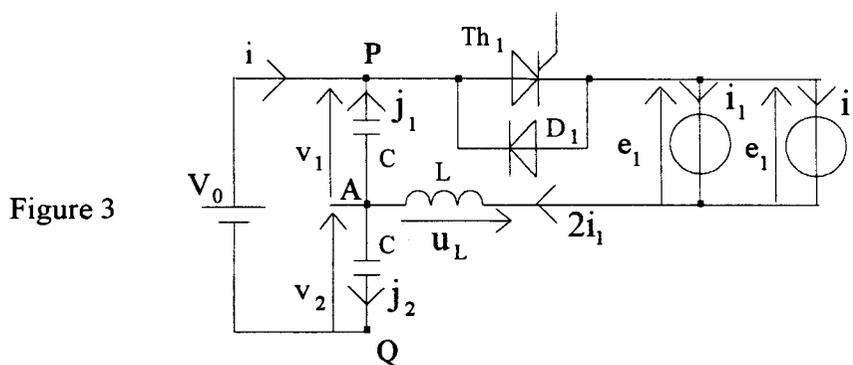
I - 1- 3 Indiquer sur le **document réponse 1**, pour chaque intervalle de temps défini ci-dessous, ceux des commutateurs qui sont **passants**:

$$[\frac{T_0}{2}, T_0] ; [T_0, T] ; [T, T + \frac{T_0}{2}] ; [T + \frac{T_0}{2}, T + T_0] ; [T + T_0, 2T].$$

I - 1- 4 Donner l'expression littérale de e_2 en fonction de U dans le cas où D_3 conduit puis dans le cas où c'est D_4 qui conduit. En déduire l'expression littérale de e_1 dans les deux cas, en fonction de U , N_1 et N_2 . Pour chaque intervalle de temps considéré, justifier la représentation de e_1 en fonction du temps sur la figure 2. Donner l'expression de E , grandeur qui figure sur le graphe de $e_1(t)$ de la figure 2.

I - 2 Détermination du courant $i_1(t)$ durant l'intervalle de temps $[0, \frac{T_0}{2}]$.

En tenant compte des résultats obtenus dans l'étude qui précède, on peut proposer un schéma réduit du circuit qui alimente les primaires des transformateurs. Dans l'intervalle de temps $[0, T_0]$, on obtient le schéma de la figure 3 ci-dessous. C'est à partir de ce schéma que l'on fait l'étude du courant $i_1(t)$ dans un des enroulements primaires.



Pendant l'intervalle $[0, \frac{T_0}{2}]$, seul Th_1 conduit au primaire et $e_1 = E = \text{cste}$ sur cet intervalle.

APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

Initialement, le courant i_1 est nul et on admet que la tension v_1 est égale à $\frac{V_0}{2} + 2E$ (cette condition est obtenue en équilibrant les courants dans les thyristors en régime permanent).

I - 2 - 1 Donner les valeurs des conditions initiales à $t = 0^+$ de v_2 et u_L . En déduire la valeur initiale de $\frac{di_1}{dt}$.

I - 2 - 2 Ecrire les relations " tension-courant" des deux condensateurs (j_1 et v_1 d'une part, j_2 et v_2 d'autre part).

I - 2 - 3 Déduire des relations précédentes, de l'égalité $v_1 + v_2 = V_0 = \text{cste}$ et de l'examen de la figure 3, la double égalité $j_1 = j_2 = i_1$.

I - 2 - 4 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $i_1(t)$ s'écrit : $\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{i_1}{2LC} = 0$. On pose $2LC\omega_0^2 = 1$.

I - 2 - 5 Par une méthode de votre choix, montrez que, dans cet intervalle, compte tenu des conditions initiales $i_1(0^+)$ et $\frac{di_1}{dt}(0^+)$, $i_1(t)$ peut s'écrire : $i_1(t) = I_{1M} \sin \omega_0 t$.

Exprimer I_{1M} en fonction de V_0 , L , ω_0 et E , la valeur absolue de $e_1(t)$.

I - 2 - 6 Application numérique: $V_0 = 530 \text{ V}$, $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 100 \mu\text{s}$, $L = 25,3 \mu\text{H}$. $I_{1M} = 132 \text{ A}$.

Calculer la capacité C . Montrer que $E = \frac{4L\omega_0 I_{1M} - V_0}{2}$. Calculer E .

I - 2 - 7 Calculer l'expression littérale de $u_L(t)$. Tracer le graphe de $u_L(t)$ en concordance de temps avec $i_1(t)$ sur le **document réponse 2**. Montrer que la valeur initiale de u_L est égale à $2L\omega_0 I_{1M}$ (ceci permet de calculer la valeur extrême du courant pour les phases de conduction suivantes).

I - 2 - 8 Calculer, en fonction de V_0 et E , les valeurs littérales de u_L , v_1 et v_2 à la fin de l'intervalle de temps considéré.

I - 3 Détermination du courant i_1 de $t = \frac{T_0}{2}$ à $t = T_0$.

On fait le changement de la variable temps, en posant: $t' = t - \frac{T_0}{2}$.

I - 3 - 1 A l'instant $t' = 0$, Th_1 s'éteint et D_1 commence à conduire. Montrer que $i_1(t)$ satisfait toujours à la même équation différentielle.

I - 3 - 2 Donner et justifier les valeurs littérales de v_1 , v_2 et i_1 à $t' = 0^+$.

Montrer que celle de $u_L(t')$ est : $u_L(0^+) = E - \frac{V_0}{2}$.

I - 3 - 3 On observe sur la figure 2 que $i_1(t')$ est une arche de sinusoïde. En utilisant l'égalité $u_L(0^+) = -2L\omega_0 I'_{1M}$, calculer littéralement, l'intensité minimale du courant i_1 soit $-I'_{1M}$. Faire l'application numérique.

APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

I - 3 - 4 Montrer que la somme $I_{1M} + I'_{1M} = \frac{V_0}{2L\omega_0}$ et la différence $I_{1M} - I'_{1M} = \frac{E}{L\omega_0}$.

I - 3 - 5 Calculer les valeurs littérales de v_1 , v_2 et u_L à la fin de cet intervalle. Compléter le graphe de $u_L(t)$ sur le document réponse 2 pour cet intervalle de temps.

I - 3 - 6 L'impulsion de gâchette qui déclenche Th_2 arrive à l'instant T , après T_0 . Analyser succinctement le fonctionnement du circuit entre T_0 et T . Montrer en particulier que les tensions v_1 et v_2 restent constantes de T_0 à T .

La forme d'onde de $i_1(t)$ pour l'intervalle $[T; 2T]$ se détermine en procédant à une étude semblable à ce qui précède. Le résultat apparaît sur la figure 2.

I - 4 Etude du courant d'anode I_A .

Le courant continu d'anode se détermine en faisant le bilan des puissances de l'alimentation. Comme on a négligé toutes les pertes de puissance, on considère que le rendement de l'alimentation vaut 1.

I - 4 - 1 Montrer que sur l'intervalle $[0; T]$, le courant i fourni par la source de tension V_0 (voir figure 3) est tel que $i = i_1$. On admettra que sur l'intervalle $[T, 2T]$, on a $i = -i_1$.

Représenter l'allure de $i(t)$ sur le document réponse 3. On prendra $2T = 220 \mu s$.

I - 4 - 2 On rappelle le résultat mathématique suivant : l'aire comprise entre une arche de sinussoïde d'équation

$$y = a \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \text{ et l'axe des temps est égale à } \frac{a T_0}{\pi}.$$

En désignant par $\langle i \rangle$ la valeur moyenne de $i(t)$, déduire du rappel précédent que :

$$\langle i \rangle = \frac{1}{\pi} \frac{T_0}{T} (I_{1M} - I'_{1M}). \text{ Faire l'application numérique.}$$

I - 4 - 3 Exprimer littéralement la puissance fournie par la source de tension V_0 et celle dissipée dans le tube.

I - 4 - 4 Vérifier que l'intensité du courant I_A vaut 150 mA.

II - REGLAGE DE LA TENSION ANODE -CATHODE, U.

Le réglage de la tension Anode - Cathode est obtenue par un système bouclé dont le schéma synoptique est donné figure 4.

L'alimentation étudiée est commandée par les impulsions de fréquence F (correspondant à la période 2T de la partie précédente) appliquée aux thyristors Th_1 et Th_2 . Cette fréquence est élaborée par un convertisseur tension-fréquence inséré dans l'asservissement.

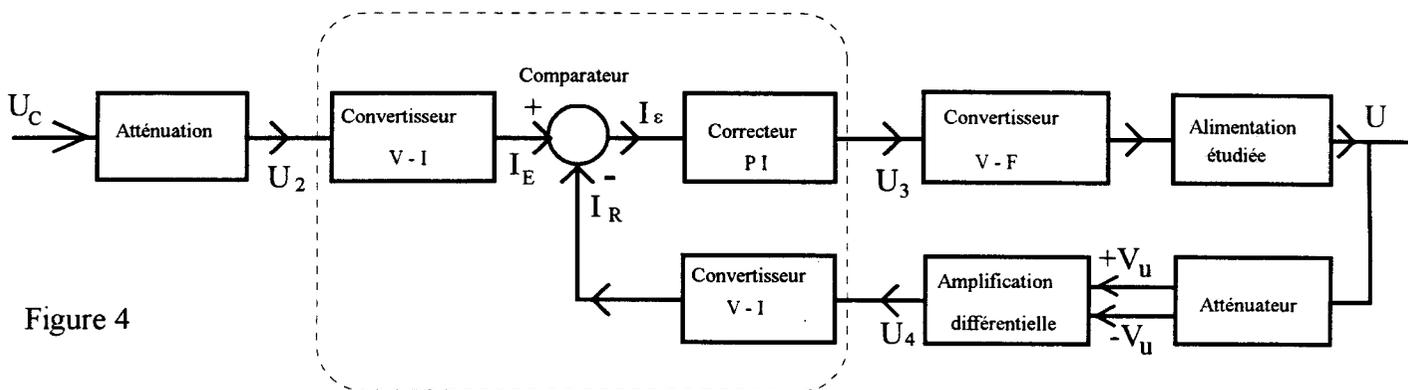


Figure 4

On se propose de déterminer la relation entre la tension de consigne U_C et la tension U en régime permanent. Pour cela, on étudie au préalable certains blocs.

II - 1 Etude des différents blocs.

II - 1 - 1 Etude du comparateur et du correcteur P I.

Cette étude traite l'ensemble comparateur et correcteur d'un seul tenant: les entrées du module étudié sont les tensions U_2 et U_4 ; la sortie est U_3 .

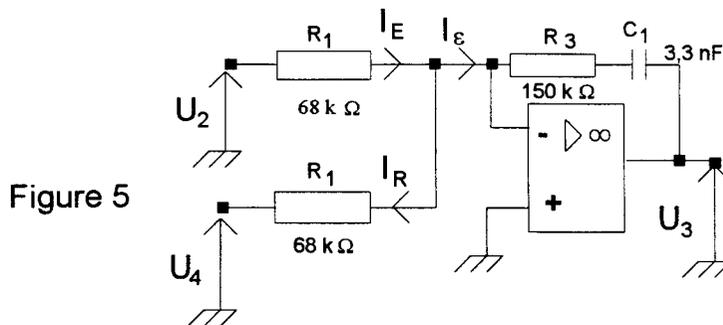


Figure 5

APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

L'atténuateur agissant sur l'entrée U_C a pour fonction de transfert : $\frac{U_2}{U_C} = -0,75 = -a$.

Les deux convertisseurs tension - courant, le comparateur et le correcteur P.I situés dans le cadre en pointillé de la figure 4, sont représentés figure 5.

II - 1 - 1 - a Calculer $U_3(p)$ en fonction de $U_2(p)$ et $U_4(p)$.

II - 1 - 1 - b En déduire $U_3(p)$ en fonction de $U_C(p)$ et $U_4(p)$.

II - 1 - 1 - c Montrer que la fonction de transfert $H(p) = \frac{U_3(p)}{a U_C(p) - U_4(p)}$ s'écrit $H(p) = H_0 \frac{1 + \tau p}{\tau p}$. Donner les expressions de H_0 et τ . Montrer que $H_0 = 2,2$ et $\tau = 0,5$ ms.

II - 1 - 1 - d Tracer le diagramme asymptotique de Bode du module de $H(j\omega)$ sur le document réponse 4.

On pose : $\omega_C = \frac{1}{\tau}$. Donner le domaine de fréquences où il est intégrateur.

II - 1 - 2 Etude du convertisseur Tension - Fréquence.

Le schéma du convertisseur Tension - Fréquence est donné figure 6.

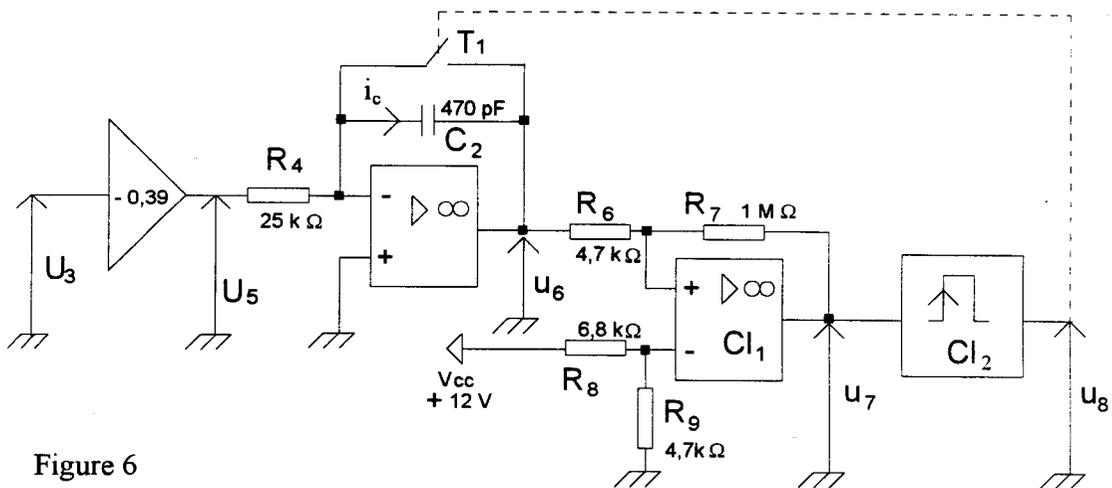


Figure 6

La tension de sortie du correcteur U_3 est constante. Elle est atténuée et inversée, ce qui donne la tension U_5 . Celle-ci fixe i_C , le courant traversant le condensateur C_2 de l'intégrateur. La tension de sortie u_6 est comparée aux tensions de seuil du trigger (construit autour de CI_1).

APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

La tension de sortie du trigger u_7 peut prendre deux niveaux de tension [0 ou V_{CC}]. Les fronts montants de u_7 déclenchent le monostable, CI_2 .

L'impulsion de sortie du monostable [0 ; V_{CC}], de durée $10 \mu s$ au niveau haut, commande l'interrupteur T_1 (en fait, T_1 est un transistor qui est saturé lorsque la tension u_8 est au niveau haut) . La durée de l'impulsion est suffisante pour décharger complètement le condensateur C_2 .

C'est cette impulsion qui sert aussi à déclencher les thyristors Th_1 et Th_2 de l'alimentation. La durée T entre deux déclenchements (figure 2) est égale à la période de u_8 ; elle vaut $110 \mu s$.

On rappelle que $V_{CC} = 12,0 V$.

II - 1- 2 - a Calculer les valeurs de u_6 qui déclenchent le trigger. Comme ces valeurs sont proches, on donne pour la suite, une valeur commune aux deux seuils : $u_{6TH} = 4,9 V$.

II - 1- 2 - b Quand le transistor est bloqué, calculer i_C , le courant de charge du condensateur C_2 , en fonction de U_3 .

II - 1- 2 - c Donner l'expression de $u_6(t)$ en fonction de U_3 , en supposant le condensateur déchargé à $t = 0$.

II - 1- 2 - d Quel doit être le signe de U_3 pour que l'intégrateur puisse déclencher le trigger ?

II - 1- 2 - e Exprimer, en fonction de U_3 , la durée θ , entre l'origine des temps et le déclenchement du trigger.

II - 1- 2 - f Application numérique: Comme $T = 110 \mu s$, calculer θ . Calculer la tension continue de commande U_3 correspondante.

II - 1- 2 -g Tracer en concordance de temps $u_6(t)$ et $u_8(t)$ sur le **document réponse 5**.

II - 2 Etude du régime permanent : relation entre U et U_C .

On se reporte au schéma synoptique de la figure 4.

La haute tension U appliquée au tube est fixée par la tension de consigne U_C . On veut déterminer la relation entre U et U_C . On pose : $U = K U_C$; K est exprimé en kV / V .

Sur le schéma synoptique de la figure 4, on relève la présence du correcteur PI. Celui-ci impose, en régime permanent, une condition particulière au courant d'entrée I_e .

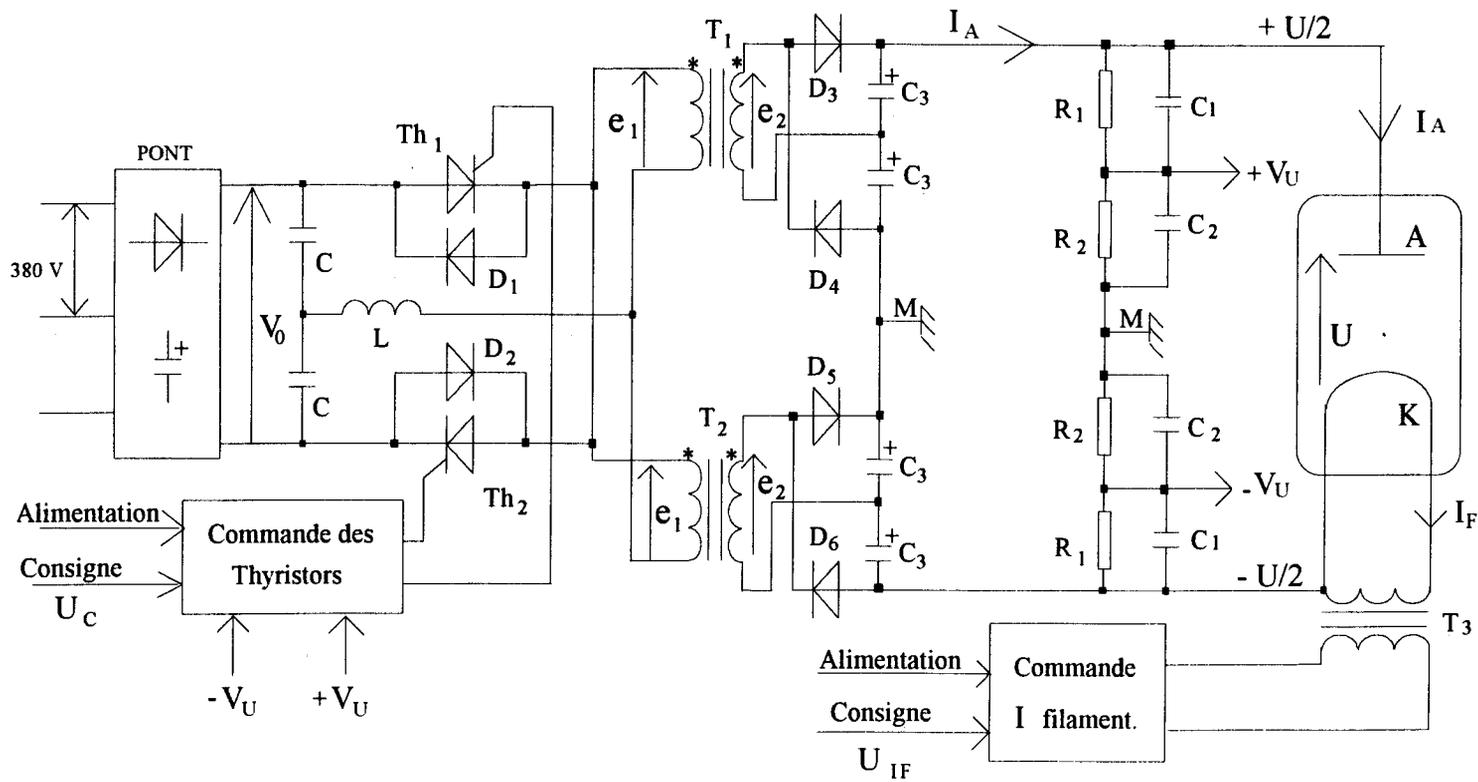
II - 2 - 1 Donner et justifier la valeur particulière que prend, en régime permanent, I_e , l'intensité du courant d'entrée de l'intégrateur de la figure 5 ? En déduire la relation entre U_2 et U_4 en régime permanent.

II - 2 - 2 La tension U_4 est obtenue à partir de la tension U après une atténuation et une amplification différentielle. On relève que $U_4 = 0,050$ volt par kilovolt de la tension U . Calculer la valeur du coefficient K . Calculer la tension de consigne U_C pour une haute tension U de $100 kV$.

TABLE DE TRANSFORMEES DE LAPLACE.

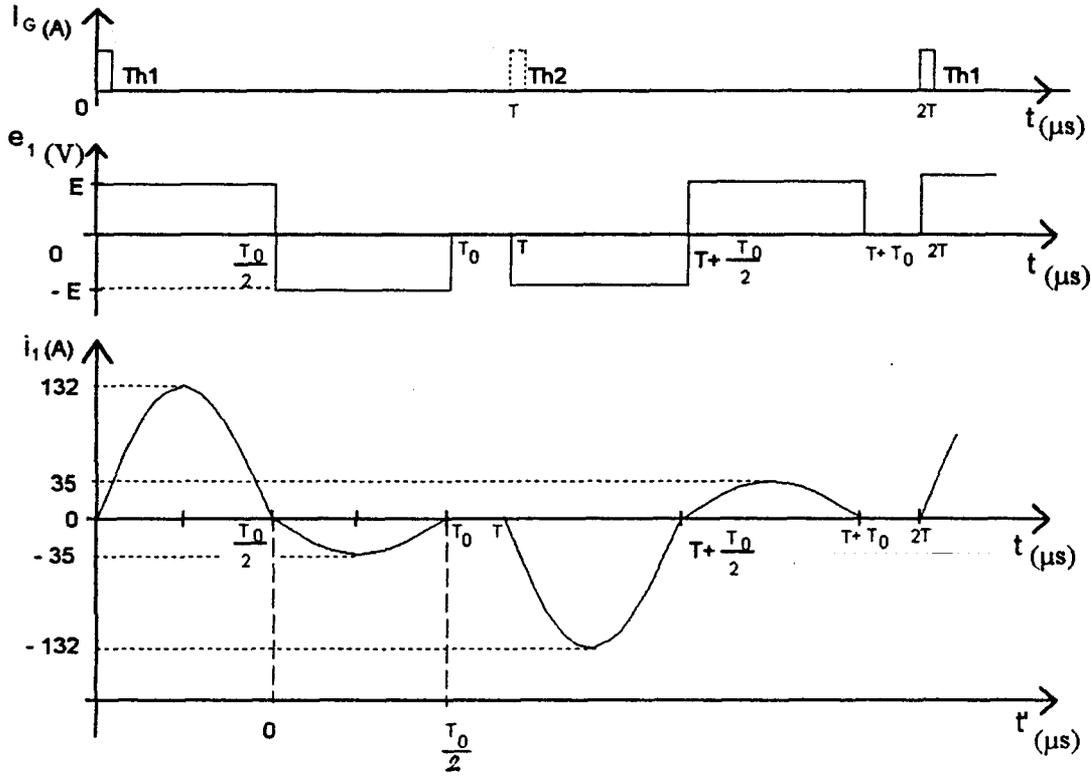
L [f(t)]	F (p)
L [f '(t)]	p F (p) - f (0⁺)
L [f ''(t)]	p² F (p) - p f (0⁺) - f ' (0⁺)
L [sin ωt]	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
L [cos ωt]	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

SCHEMA DE L'ALIMENTATION.

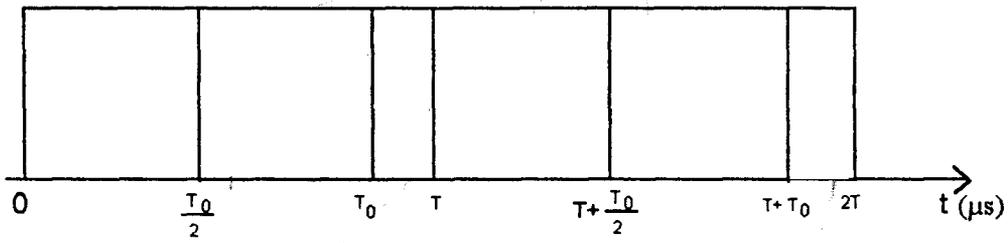


APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

DOCUMENT REPONSE 1
Question : I - 1 - 2

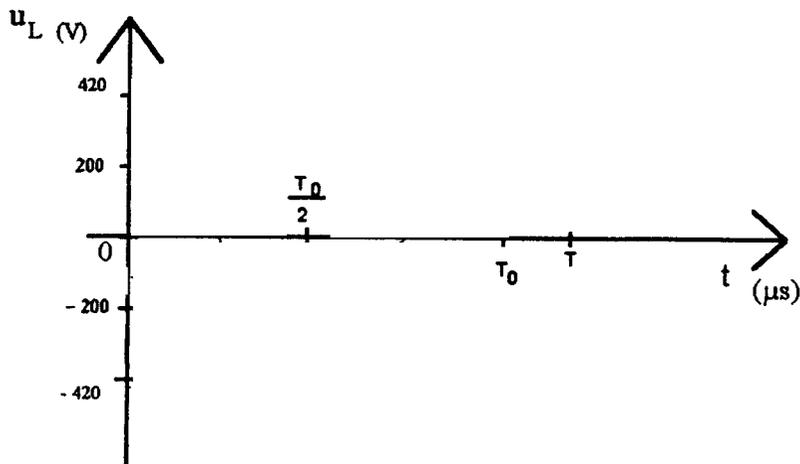
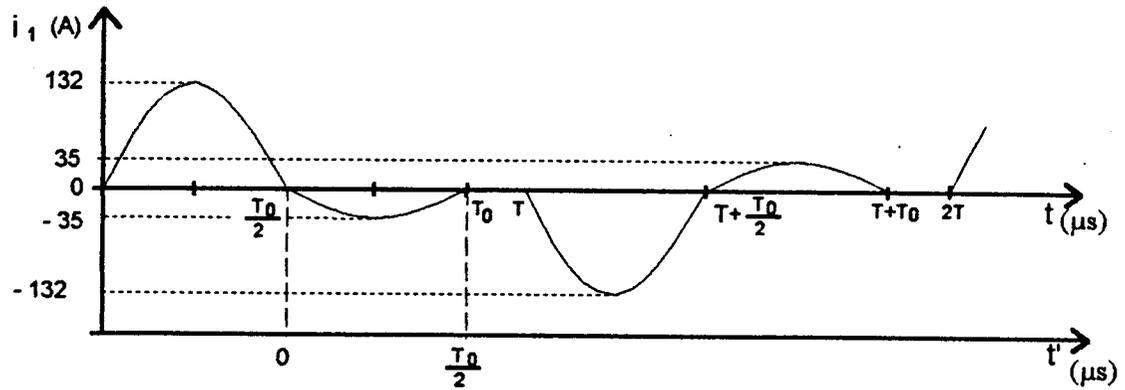


Indiquer dans chaque case les commutateurs qui sont passants.

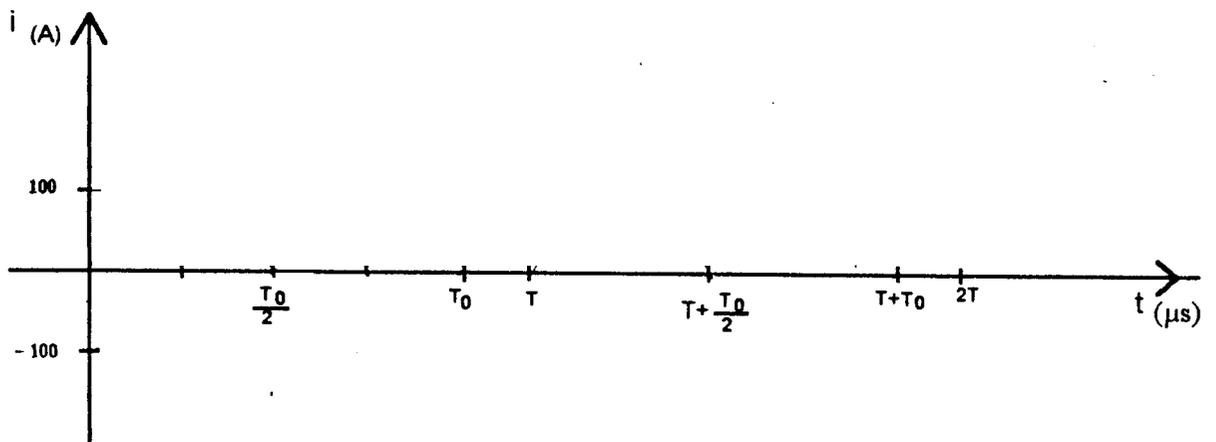


APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

DOCUMENT REPONSE 2
Question : I - 2 - 6



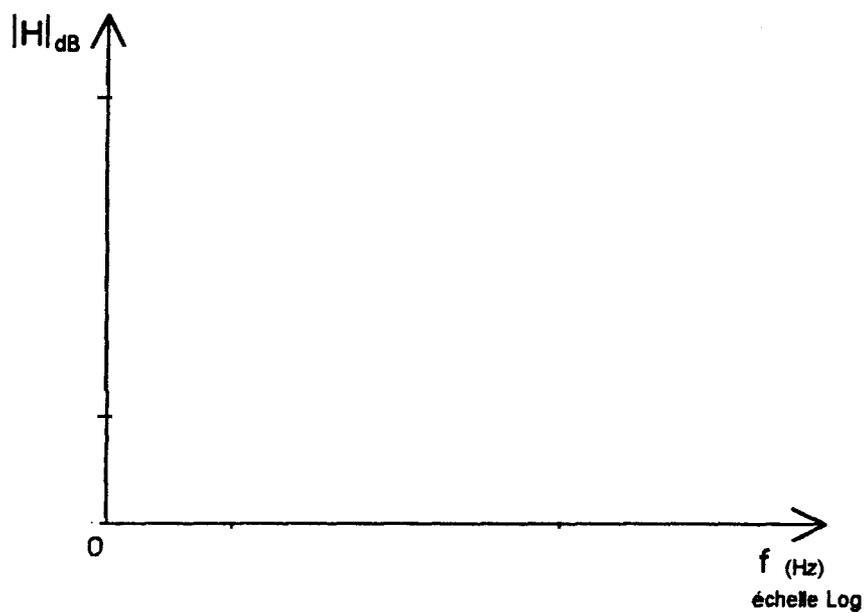
DOCUMENT REPONSE 3
Question : I - 4 - 1



APPAREIL DE RADIOGRAPHIE.

DOCUMENT REPONSE 4

Question : II - 1 - 1 - d



DOCUMENT REPONSE 5

Question : II - 1 - 2 - g

