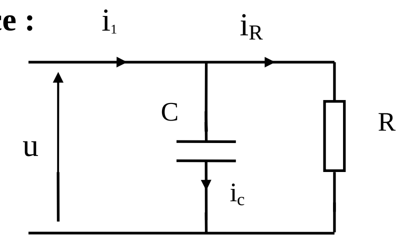
REGULATION DE NIVEAU DANS UN RESERVOIR

Les 2 parties A et B sont indépendantes.

A) ANALOGIE ENTRE UN SYSTEME ELECTRIQUE ET UN SYSTEME HYDRAULIQUE

1) Condensateur en parallèle sur une résistance :



Tous les signaux sont nuls avant l'instant t = 0.

A cet instant i_1 passe de 0 à I_1 et demeure constant ensuite (le générateur produisant ce courant n'est pas représenté sur le schéma ci-dessus).

On a alors :

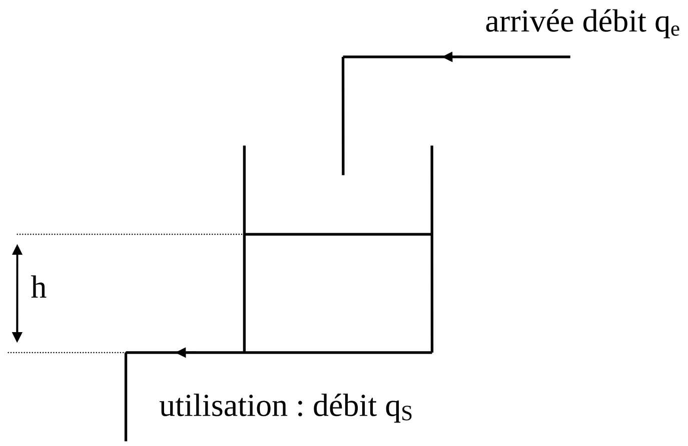
$$u(t) = R.I_1.\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

a) Exprimer i_R en fonction de u et R et i_C en fonction de C et de la dérivée du/dt, en déduire l'équation différentielle qui permet de calculer l'expression de u (t) donnée ci-dessus.

b) A l'instant $t = t_1$, $i_C = i_R$. Exprimer $u(t_1)$ en fonction de R et I_1.

c) En déduire t_1 en fonction de R et de C.

2) **Le système hydraulique représenté ci dessous comporte un réservoir de section constante (S en m²).**



h est la hauteur d'eau dans le réservoir exprimée en mètres.

Il comporte une arrivée d'eau de débit q_e et une sortie d'eau de débit q_S supposée proportionnelle à h..

q_e et q_S sont exprimés en $m^3. s^{-1}$.

Le système est analogue au système électrique précédent et si on remplace i_1 par q_e, i_R par q_S , u par h on trouve une équation différentielle semblable à la précédente :

$$q_e(t) = \frac{h(t)}{K} + S . \frac{dh(t)}{dt}$$

a) Quelle est l'unité de K ?

Le réservoir est vide et les 2 débits nuls jusqu'à l'instant t = 0 où on établit le débit $q_e(t) = Q_0$, qui demeure constant ensuite.

b) Déduire de l'étude du circuit électrique précédent, par analogie, l'expression de h(t) pour t >0.

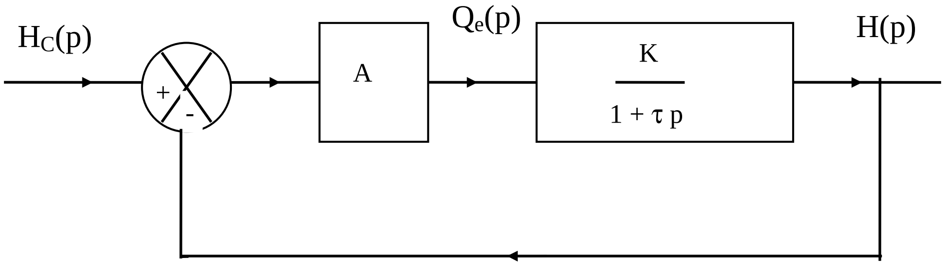
c) Exprimer la hauteur atteinte par l'eau dans le réservoir après stabilisation.

d) En exploitant le résultat de la question A-1-c, quel est, en fonction de K et S, le temps t_1 mis pour atteindre la moitié de cette hauteur limite.

B) REGULATION DE NIVEAU :

1) Dans ce système, représenté ci dessous de manière simplifiée :

h_c représente la hauteur d'eau désirée dans la cuve (c'est à dire la consigne) ;
q_e représente le débit d'arrivée d'eau ;
h représente la hauteur d'eau réelle dans la cuve ;
A est la fonction de transfert du correcteur, c'est une constante réglable.



$H_c(p)$, $Q_e(p)$ et $H(p)$ sont les transformées de Laplace des variables h_c , q_e, et h correspondantes.

a) Quelle est l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $T_0(p)$?

b) Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $T_f(p)$ en fonction de $T_0(p)$.

La fonction de transfert en boucle fermée :

$$T_f(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)}$$

peut se mettre sous la forme :

$$T_f(p) = \frac{K'}{1 + \tau'.p}$$

c) Exprimer K' en fonction de A et K

d) Exprimer τ' en fonction de A, K et τ.

e) La consigne h_c passe de la valeur 0 à H_0 à l'instant t = 0 et demeure constante ensuite. Exprimer H(p). On rappelle que la transformée de Laplace d'un échelon est $\frac{1}{p}$.

Quelle sera, en fonction de H_0, A et K la hauteur finale, h_∞ du liquide dans le réservoir ?
Pour cette question on pourra utiliser le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{p \to 0} (p.F(p))$$

Exprimer l'écart $\varepsilon = (H_0 - h_\infty)$ en fonction de H_0, A et K.

f) Pour quelle(s) raison(s), avec ce système, est-il intéressant d'augmenter A.

g) On a enregistré h(t) au cours d'un remplissage, pour une hauteur consigne de 1,5 m : à l'aide de cet enregistrement, représenté page 6/7, déterminer K' et τ'.

2) Conditionnement de la mesure : filtrage.

La hauteur d'eau est mesurée par l'intérmédiaire d'un capteur de pression relative.

Ce capteur comporte 2 orifices, un soumis à la pression p_1 au fond du bassin, l'autre à la pression atmosphérique p_a.

p_1 est égale à la somme de la pression atmosphérique p_a et de la pression de la colonne de fluide.

La tension électrique v_p fournie étant proportionnelle à $p_1 - p_a$, on a simplement :

$$v_p = \alpha.h$$

Cependant, à cause du mouvement de la surface de l'eau, ce signal comporte un bruit que l'on réduit à l'aide d'un filtre.

La fonction de transfert du filtre est de la forme :

$$\underline{T(f)} = \frac{1}{1 + 2mj\frac{f}{f_0} - \frac{f^2}{f_0^2}}$$

f est la fréquence et f_0 est une fréquence réglable qui dépend de certains composants du filtre.

Le diagramme de Bode de ce type de filtre est donné en annexe page 7/7 pour diverses valeurs de m.

a) Caractéristiques de ce filtre :

Que vaut $|T|$ pour f = 0.

Comment agit ce filtre sur la valeur moyenne du signal ?

b) Utilisation de l’abaque :

b-1) Pour m = 0,1, quelle valeur faut-il donner à f_0 pour qu’un signal sinusoïdal de fréquence 2 Hz soit atténué de 20 dB. Quel nom complet (type et ordre) donne t’on à ce type de filtre ?

b-2) Pour m = 0,1, on applique à l’entrée du filtre un signal sinusoïdal de fréquence f_o et d’amplitude 1,0 V.

Quelle est l’amplitude du signal de sortie du filtre ?

b-3) Quelle(s) valeur(s) de m faut-il choisir si on veut à la fois :

- qu’un signal sinusoïdal ne soit pas atténué pour $f < f_0$?
- qu’aucun signal sinusoïdal ne soit amplifié dans un rapport > 2.

ANNEXE : remplissage du réservoir

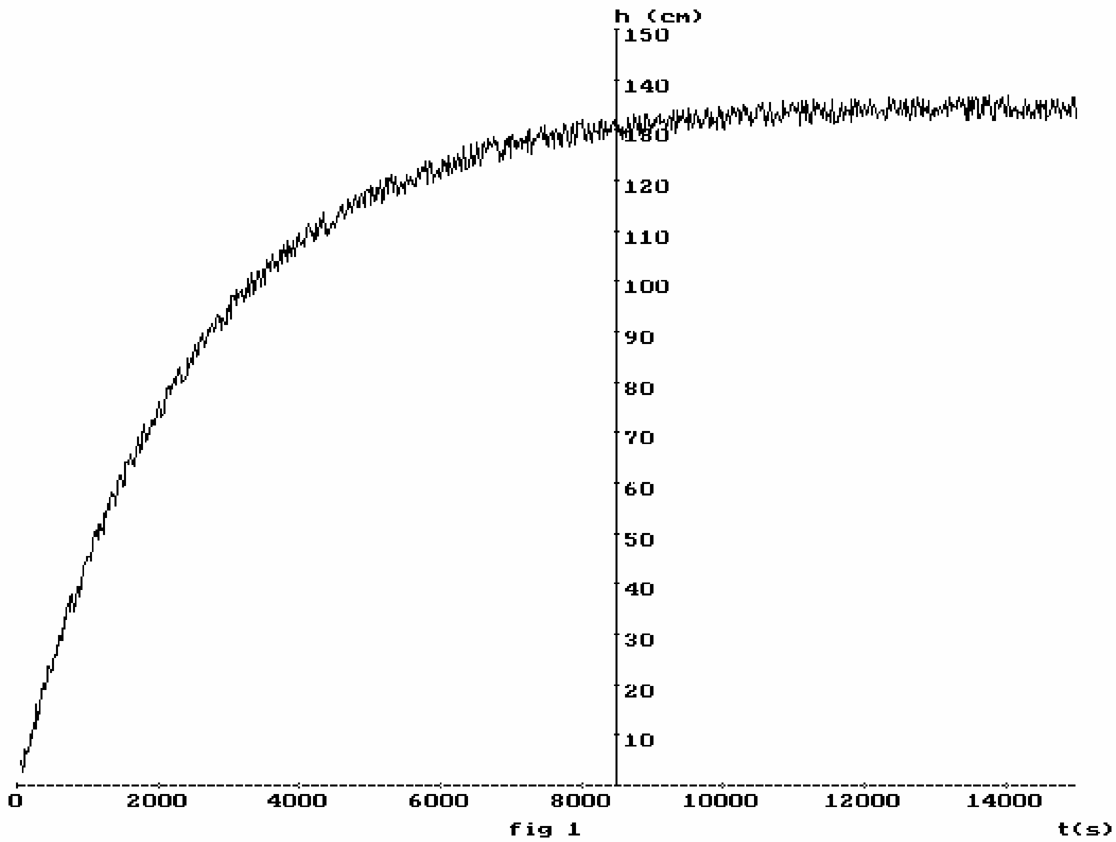


fig 1

remplissage d'un réservoir

ANNEXE : abaque des filtres du 2ème ordre

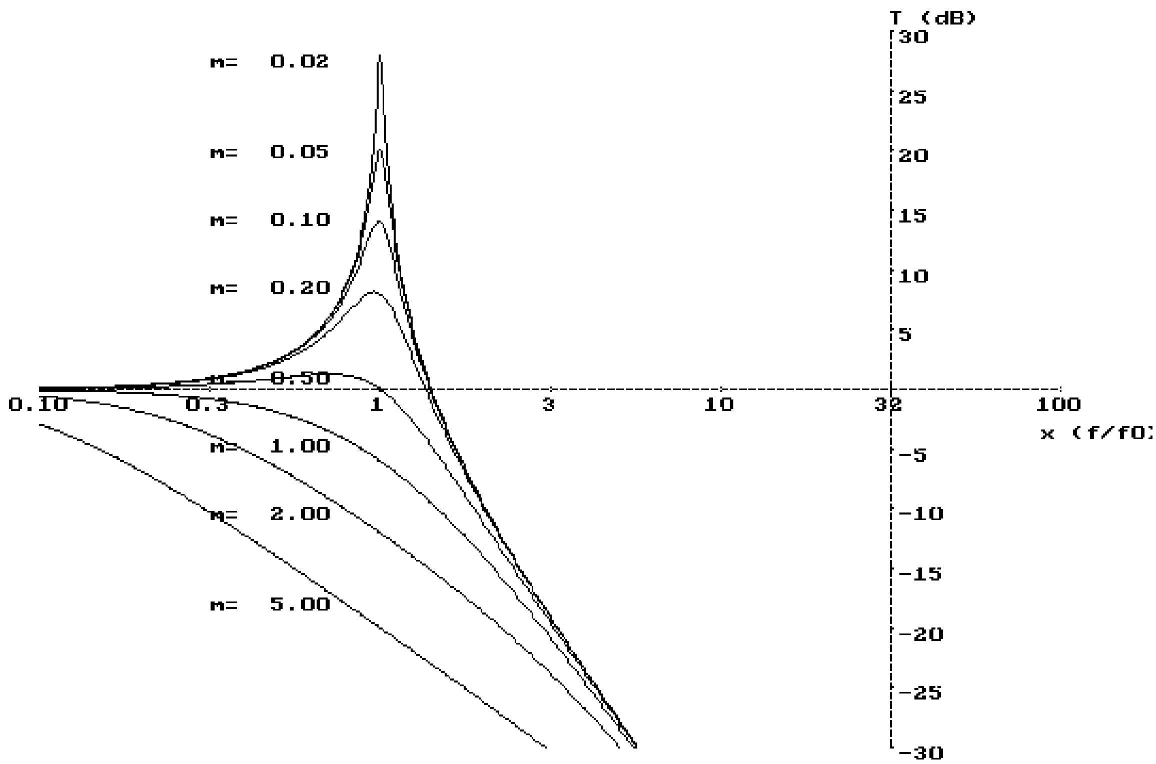


fig 2

abaque des réponses des circuits du 2em ordre