RESEAUX DE BRAGG PHOTOINSCRITS DANS LES FIBRES OPTIQUES MONOMODES

Les fibres à réseau de Bragg se comportent comme des réflecteurs très sélectifs, réfléchissant une bande très étroite de longueurs d'onde et transmettant les autres sans altération.
Elles ont aujourd'hui de multiples applications:
- dans les réseaux à multiplexage en longueur d'onde (WDM) : pour ajouter ou extraire une longueur d'onde.
- dans les amplificateurs optiques à fibre dopée à l'Erbium (EDFA) : pour égaliser le gain sur la plage de longueurs d'onde 1530nm-1560nm.
- dans les lasers à fibre dopée à l'Erbium : ils constituent les miroirs de la cavité.
- dans les liaisons monomodes à haut débit : pour compenser la dispersion chromatique.

Ces réseaux sont obtenus en exposant le coeur d'une fibre monomode photoréfractive (coeur dopé à l'oxyde de Germanium) à un système de franges d'interférence, en lumière ultra-violette, perpendiculaires à l'axe de la fibre. Cette irradiation induit dans le coeur une modulation périodique permanente de l'indice, donc un réseau de phase (réseau de Bragg) dont le pas Λ est fixé par l'écartement des franges.

La figure 1 annexe1 décrit le banc de photoinscription des réseaux de Bragg dans les fibres monomodes.
La source UV est un laser à Argon ionisé dont la fréquence est doublée intracavité au moyen d'un cristal de BBO (Béta-borate de baryum). La longueur d'onde du faisceau est alors de 244nm.
Le miroir M_4 et la lentille de focalisation sont sur un chariot mobile permettant la translation du faisceau sur le masque de phase.
On se propose de faire une étude du principe de la photoinscription et de divers éléments du montage.

A) PHOTOINSCRIPTION DES RESEAUX:

A1) CONDITIONS DE BRAGG:

Un réseau de Bragg peut être considéré comme un milieu transparent comportant des plans diffractants équidistants de Λ, pas du réseau. (voir figure 2 annexe 1).
Considérons une onde plane incidente se propageant dans une direction faisant l'angle θ_I avec les plans diffractants. Pour obtenir un maximum d'intensité de lumière diffractée dans la direction θ_D , deux conditions doivent être satisfaites:

A1a) La lumière diffractée par un plan donné P_1 doit arriver en phase au nouveau front d'onde. Ecrire la différence de marche au nouveau front d'onde des deux rayons quelconques 1' et 2' et en déduire que $\theta_I = \theta_D = \theta$.

A1b) La lumière diffractée par les différents plans P_1, P_2, P_3.... doit aussi arriver en phase au nouveau front d'onde. Ecrire la différence de marche des rayons 1' et 1" et en déduire la relation de Bragg à l'ordre 1:

$\mathbf{\sin\theta = \lambda/2\Lambda}$ où λ est la longueur d'onde de la lumière dans le milieu.

La diffraction continue sur l'épaisseur du réseau sélectionne uniquement l'ordre 1 lorsque le faisceau fait un angle θ (angle de Bragg) avec les plans diffractants.

A2) INSCRIPTION DES RESEAUX:

La source lumineuse UV est un laser à Argon ionisé, fonctionnant en continu, doublé en fréquence, de longueur d'onde $\lambda_{UV} = 244nm$.
Le système de franges perpendiculaires à l'axe de la fibre est obtenu grâce à un **masque de phase**.
Un masque de phase est un réseau de diffraction plan fonctionnant en transmission dans lequel le profil des rainures a été gravé de telle manière qu'il diffracte la plupart de l'énergie lumineuse UV incidente dans les ordres +1 et -1.
Le faisceau parallèle incident, d'axe Oy, est normal au réseau. Les faisceaux d'ordre+1 et -1 sont inclinés d'un angle α par rapport à Oy. L'interférence de ces deux faisceaux de vecteurs d'onde $\mathbf{k_1}$ et $\mathbf{k_2}$ produit le système de franges.
La fibre est placée sous le masque, à quelques centaines de microns, dans la direction Ox. (voir figure 3 annexe 1)

A2a) Dans le repère Oxyz, toute onde sera décrite en un point M par $e = e_0 \exp[j(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} + \varphi_0)]$ où e_0 est l'amplitude, ω la pulsation, $\mathbf{k}$ le vecteur d'onde de norme $k = 2\pi/\lambda$, $\mathbf{r} = \mathbf{OM}$ le vecteur position du point M, φ_0 la phase en O à l'instant t=0.
En un point M(x,y,z) de la zone d'interférence interfèrent deux ondes des faisceaux d'ordre +1 et -1, de vecteurs d'onde $\mathbf{k_1}$ et $\mathbf{k_2}$, décrites par e_1 et e_2, de même amplitude e_0. Au point O, les deux ondes ont une phase initiale $\varphi_0 = 0$. (voir figure 4 annexe 2)

A2aα) Exprimer les composantes des vecteurs d'onde $\mathbf{k_1}$ et $\mathbf{k_2}$ et écrire l'expression des deux ondes e_1 et e_2 au point M.

A2aβ) Ecrire l'onde e résultant de l'interférence de e_1 et e_2.

A2aγ) Montrer que l'expression de l'intensité I en M est $I_M = e_0^2.\cos^2(2\pi \sin\alpha.x/\lambda)$.
Donner l'équation et la nature des lieux d'intensité maximale (franges brillantes) et montrer qu'elles sont perpendiculaires à l'axe de la fibre.

A2aδ) Donner l'expression de l'écartement i entre franges en fonction de λ_{UV} et de α

A2b) On considèrera que le réseau de Bragg photoinscrit dans le coeur de la fibre a un pas Λ égal à l'interfrange i.
Le réseau doit réfléchir sélectivement la longueur d'onde du mode $\lambda_0 = 1552nm$ (valeur de la longueur d'onde dans le vide) se propageant suivant l'axe de la fibre. L'indice effectif du coeur est $n_{EFF} = 1.464$ pour ce mode.
D'après la condition de Bragg établie au A1b donner la valeur du pas Λ du réseau de Bragg, et celle de l'angle α.

A2c) En déduire le pas a du réseau masque de phase. Le comparer à Λ.

B) LE FAISCEAU LASER:

B1) La source est un laser à Argon ionisé doublé en fréquence (λ_{UV} = 244nm) délivrant une puissance de 500mW. Le diagramme des énergies de l'Argon est donné figure 5 annexe 2. Les transitions laser sont celles qui aboutissent au niveau 4s; elles donnent un grand nombre de raies dont les deux plus intenses sont représentées sur la figure. Calculer les longueurs d'onde de ces deux raies.
On donne: $h = 6.63.10^{-34}$J.s la constante de Planck
$1eV = 1.6.10^{-19}$J l'énergie correspondant à 1eV.

B2) Un dispositif dans la cavité permet de sélectionner la longueur d'onde λ_1 = 488nm.
Un cristal de BBO dans la cavité permet le doublage en fréquence; la longueur d'onde du faisceau est donc λ_{UV} = 244nm.
La structure du faisceau de sortie peut être considérée comme gaussienne (mode TEM_{00}).
Le diamètre du waist du faisceau est $2w_0$ = 0.4mm.
A la distance z du waist et à la distance r de l'axe la densité de puissance est:
$I(r) = I_0.\exp(-2r^2/w^2)$
où I_0 est la densité de puissance sur l'axe
w est le rayon du faisceau à I_0/e^2. (pour r = w, $I(w) = I_0/e^2$)
La variation du rayon du faisceau en fonction de z est donnée par:
$w = w_0[1+(z/z_R)^2]^{1/2}$ avec $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ distance de Rayleigh. (voir figure 6 annexe 2)

Calculer la distance de Rayleigh z_R.
Exprimer le rayon du faisceau w en champ lointain, pour $z>>z_R$. En déduire l'expression du demi-angle de divergence θ en fonction de w_0 et λ_{UV}. Calculer θ.

B3) Le faisceau est polarisé linéairement dans le plan horizontal à la sortie du laser. La lame biréfringente L permet d'orienter cette polarisation linéaire dans le plan vertical.
Quel est le type de la lame L? Quelle est l'orientation de ces axes neutres?

B4) Le télescope afocal, formé de deux lentilles convergentes, permet de réduire la divergence du faisceau. (il augmente par conséquent son diamètre) Son grandissement est égal à 10.
La première lentille du télescope est à une distance totale de 2m du waist du faisceau.

B4a) Calculer l'angle de demi-divergence du faisceau θ' après le télescope.

B4b) Calculer les diamètres du faisceau $2w_1$ à l'entrée du télescope et $2w_2$ à la sortie.

B5) Après le télescope, on considèrera le faisceau comme pratiquement parallèle.
La lentille de focalisation a une distance focale f' = 30cm. Le faisceau est focalisé sur la fibre.
Sachant que le nouveau waist se trouve au voisinage du foyer de la lentille et que son rayon vaut sensiblement $w_3 = \lambda f'/\pi w_2$, calculer la densité moyenne de puissance dans la tâche de focalisation, sur la fibre.

C) LE DOUBLAGE DE FREQUENCE

L'interaction d'un faisceau lumineux avec un matériau peut produire des effets optiques non linéaires. Ces effets ne sont observables que pour des densités de puissance de l'ordre de $10^9 Wm^{-2}$. Seules les sources laser de forte puissance permettent d'atteindre de telles valeurs.

Dans un cristal non linéaire de BBO , où se propage une onde plane de fréquence ν et de vecteur d'onde $\mathbf{k_1}$ suivant la direction Oz, une onde de fréquence double 2ν et de vecteur d'onde $\mathbf{k_2}$ de même direction et sens que $\mathbf{k_1}$ (second harmonique) peut être générée.
On notera qu'en général $\mathbf{k_2}$ est légèrement différent de $2\mathbf{k_1}$ car les vitesses de propagation de l'onde de fréquence ν et de l'onde de fréquence 2ν dans le cristal sont légèrement différentes.(le milieu est dispersif).
Chaque élément du cristal contribue à la génération du second harmonique.
Soit l'élément de cristal de largeur dz placé en S tel que OS = z.(voir figure 7 annexe 3).
L'onde incidente s'écrit en S $e_1 = e_0 \exp[j(\omega t - k_1 z)]$ avec $\omega = 2\pi\nu$.
La contribution à la génération du second harmonique de l'élément en S est de la forme
$de_{2S} = K_2 . e_1^2 . dz$ K_2 est un coëfficient caractéristique du cristal

C1) Ecrire de_{2S} au point S.

C2) Ecrire l'expression de l'onde de_{2P} ,générée en S, et qui s'est propagée au point P à la sortie du cristal de largeur L. (la différence de phase de l'onde entre P et S est donnée par le produit scalaire $\varphi = -\mathbf{k_2}.\mathbf{SP}$)

C3) Le second harmonique e_2 est la somme, au point P, de toutes les contributions à travers le cristal.
Donner l'expression de e_2.
Montrer que l'intensité du second harmonique est
$I_2 = K_2^2 . e_0^4 . \sin^2[(k_1 - k_2/2)L]/(k_1 - k_2/2)^2$

C4) L'expression précédente montre que l'intensité du second harmonique I_2 varie périodiquement selon l'épaisseur L du cristal. Elle passe pour la première fois par un maximum pour une épaisseur l_C appelée "longueur de cohérence".
Exprimer l_C en fonction de k_1 et de de k_2.
Pour le cristal de BBO et pour une certaine direction de propagation, les valeurs des indices pour l'onde de fréquence ν et pour l'onde de fréquence double 2ν sont $n_1 = 1.68$ et $n_2 = 1.63$.
La longueur d'onde dans le vide du faisceau laser, $\lambda_1 = c/\nu$, est égale à 488nm.
Exprimer l_C en fonction de λ_1 , de n_1 et de n_2.(On rappelle que le vecteur d'onde d'une onde de fréquence n dans un milieu d'indice n est $k = 2\pi\nu n/c$)
Calculer l_C.

C5) Au-dela de l_C , I_2 diminue jusqu'à s'annuler (pour $L = 2l_C$); c'est alors le second harmonique qui cède de l'énergie au fondamental. Les deux ondes échangent ensuite périodiquement de l'énergie et le rendement de conversion est très faible.
Il est souhaitable, pour obtenir des faisceaux doublés en fréquence intenses, que la longueur de cohérence l_C soit la plus grande possible. Cela est obtenu lorsque les deux ondes ont la même vitesse de propagation dans le cristal, c'est à dire lorsque $\mathbf{k_2} = 2\mathbf{k_1}$.Cette condition peut être réalisée dans un cristal biréfringent par la procédure dite d'**adaptation de phase**. (**phase matching** en anglais).
Le BBO est un cristal biréfringent uniaxe négatif.
En un point O du milieu soit Oy la direction de l'axe optique.
L'onde e_1 passant par O est polarisée linéairement de telle manière qu'elle soit onde ordinaire.
Lorsqu'elle se propage dans un plan d'orientation particulière (Ox,Oy), le second harmonique généré e_2,

de vecteur d'onde $\mathbf{k_2}$ de même direction que $\mathbf{k_1}$,est alors onde extraordinaire, polarisée linéairement dans le plan Oxy.

C5a) Quelle est la direction de la polarisation de e_1?

C5b) On donne les indices du BBO:

- pour le fondamental à λ=488nm $n_{O1} = 1.6800$ $n_{E1} = 1.5592$
- pour le second harmonique à λ=244nm $n_{O2} = 1.7777$ $n_{E2} = 1.6294$

Sur la figure 8 annexe 3, on a représenté, dans le plan Oxy, en trait plein la surface d'onde ordinaire pour e_1 , en pointillé la surface d'onde extraordinaire pour e_2 , à l'instant t =1unité . (surfaces des vitesses). Les proportions ne sont pas respectées pour une meilleure lisibilité du schéma.
Indiquer les vitesses correspondant aux points A,B,C,D sur les axes Ox et Oy.

C5c) Indiquer aussi sur la figure la direction de la propagation de l'onde e_1 pour que soit satisfaite la condition d'adaptation de phase, c'est à dire pour que les ondes e_1 et e_2 aient même vitesse.

C5d) Sachant que l'équation d'un cercle de centre O et de rayon R ,dans le repère Oxy, est: $x^2/R^2 + y^2/R^2 = 1$
et que l'équation d'une ellipse de grand axe A et de petit axe B, de même direction que Ox et Oy est $x^2/A^2 + y^2/B^2 = 1$
Montrer que la valeur de l'angle β que fait la direction correspondant à l'adaptation de phase avec l'axe optique Oy est telle que $\tan\beta = [(n_{O2}^2 - n_{O1}^2)/(n_{O1}^2 - n_{E2}^2)]^{1/2}$
(On donnera d'abord $\tan\beta$ en fonction de A, B et R, puis en fonction de n_{O2},n_{O2} et n_{E2})
Calculer β.

ANNEXE 1

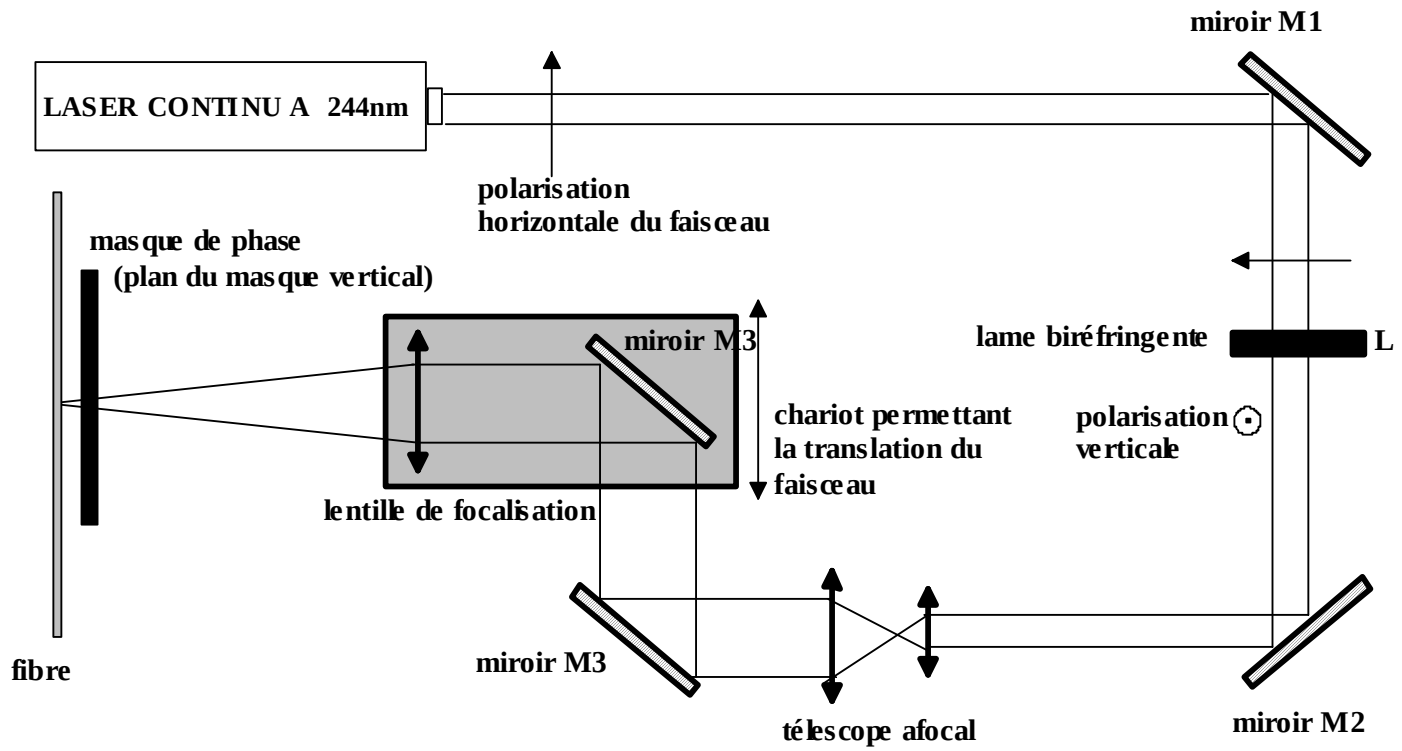


Figure 1: **BANC DE PHOTOINSCRIPTION PAR MASQUE DE PHASE. (Vue de dessus)**

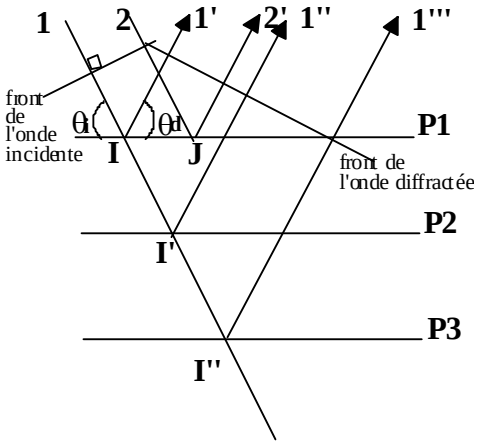


Figure 2

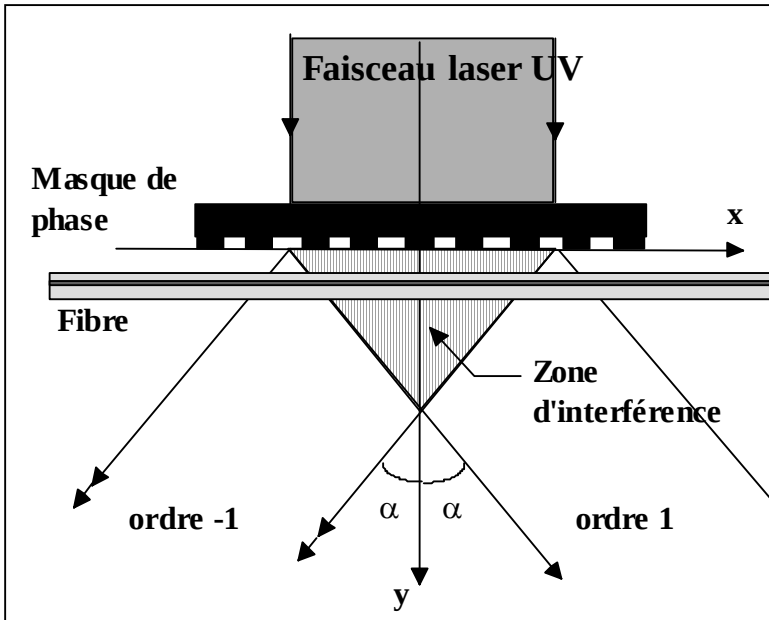


Figure 3

ANNEXE 2

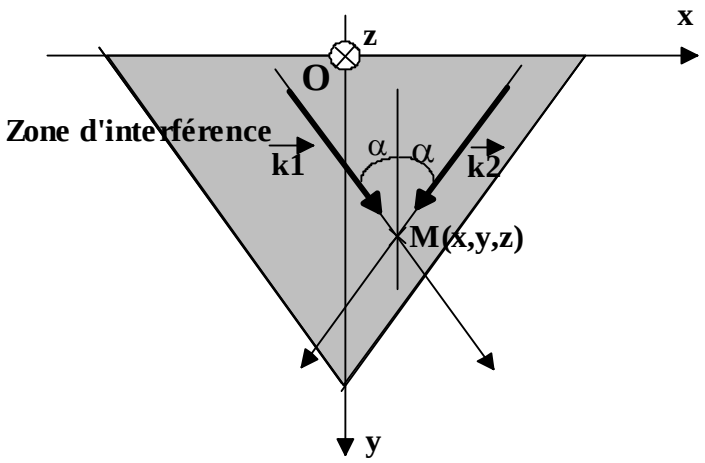
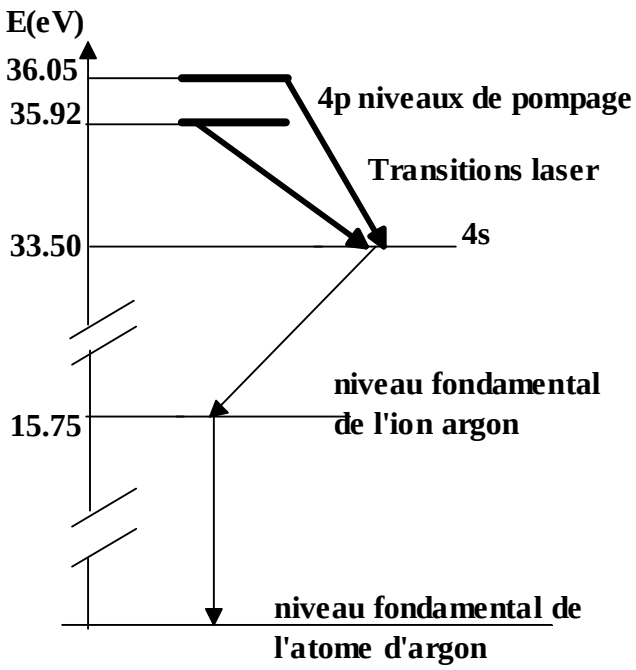


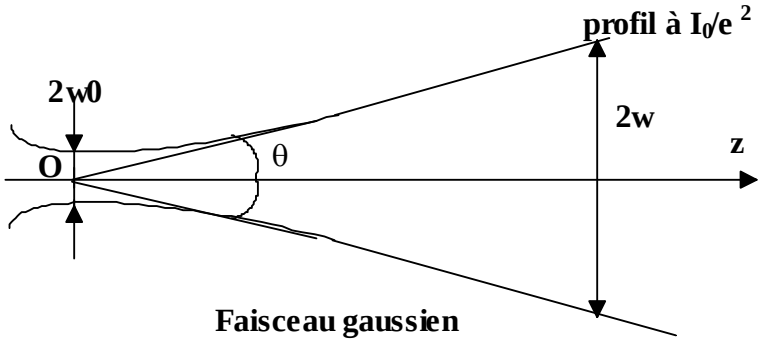
Figure 4



Niveaux d'énergie de l'argon

Figure 5

ANNEΞE 3



Faisceau gaussien
Figure 6

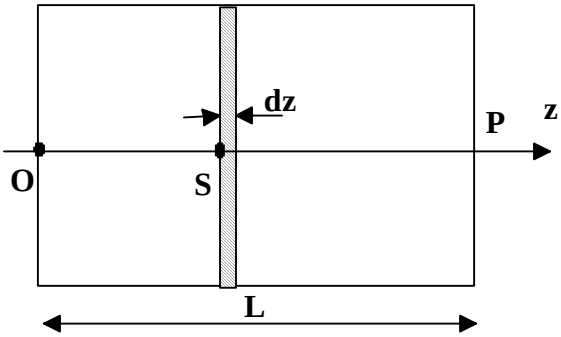


Figure 7

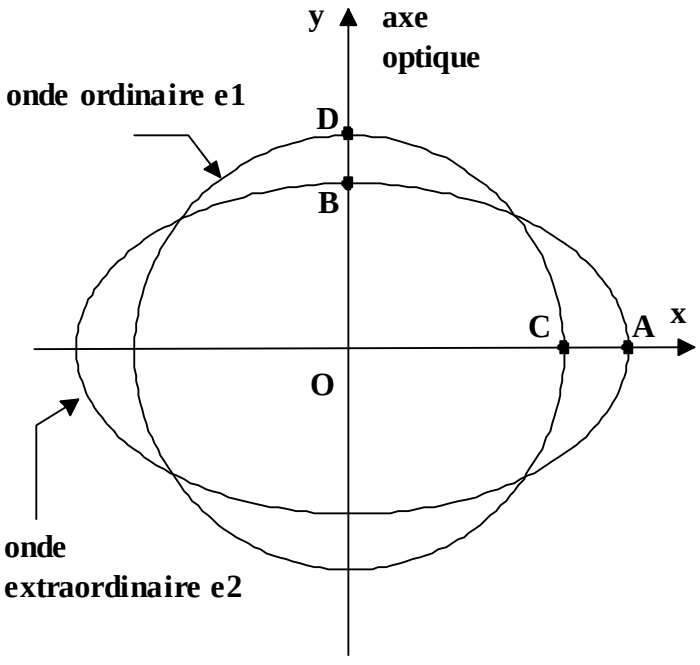


Figure 8