

1ère PARTIE : OPTIQUE.

PRINCIPE

On s'intéresse au principe d'un thermomètre à fibre optique monomode. Il est réalisé comme le décrit le cadre 1. Nous nous proposons d'en étudier quelques éléments.

1. ETUDE DE L'INJECTEUR.

On considère un doublet constitué d'une lentille mince L_1 divergente de focale $f'_1 = -210$ mm, et d'une lentille mince L_2 convergente de focale $f'_2 = 7$ mm.

Le centre optique de L_1 est placée au foyer objet de L_2 .

Elles constituent un système centré, leurs axes optiques Δ_1 et Δ_2 étant confondus suivant l'axe des z . Le doublet a pour focale f' .

1.1. On rappelle la formule de Gullstrand:

$$V = V_1 + V_2 - eV_1V_2$$

où les V sont les vergences et e la distance séparant L_1 et L_2 .

Montrer que la focale du doublet est celle de L_2 .

1.2. L_2 est décentrée d'une distance X par rapport à L_1 ($\Delta_1\Delta_2 = X$).

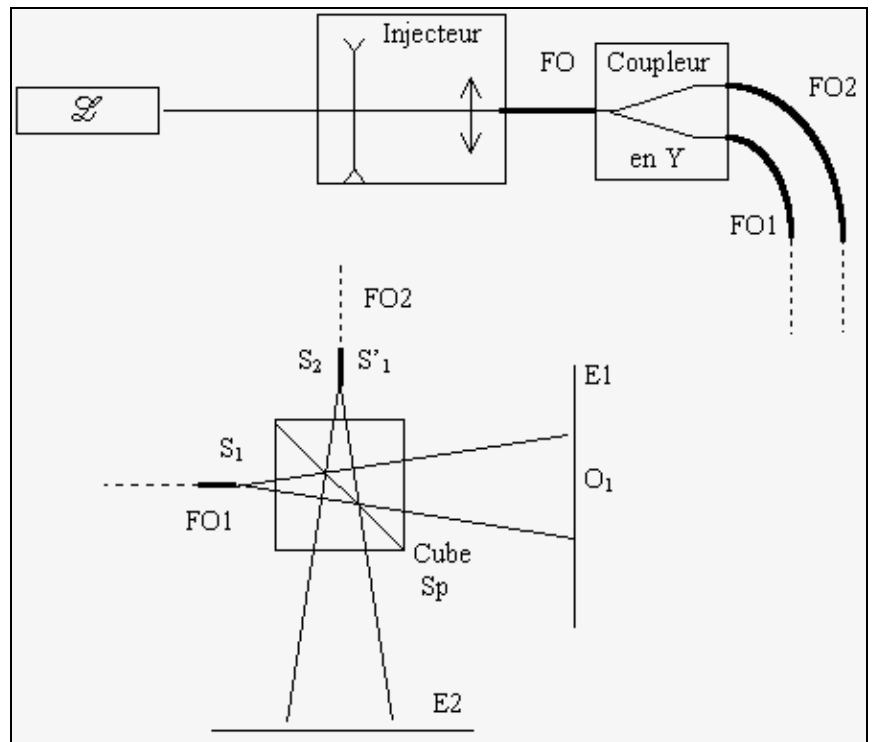
Représenter graphiquement l'image A' donnée par le doublet d'un point objet A à l'infini sur Δ_1 .

1.3. On appelle x la distance $A'\Delta_2$ et R le « rapport de réduction en translation » $\frac{x}{X}$. Montrer que

$$R = \frac{f'_2}{f'_1}.$$

A.N. : Un faisceau incident, supposé parfaitement parallèle à l'axe optique, tombe sur l'injecteur. On translate L_1 de 0,03 mm à l'aide d'une vis micrométrique. Quel déplacement subira le point de focalisation ?

En déduire que l'injecteur constitue un coupleur pour fibre monomode.



cadre 1

2. ETUDE DU COUPLAGE AVEC UNE FIBRE OPTIQUE.

Le faisceau incident de longueur d'onde $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$ est gaussien de rayon de courbure

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z} \quad \text{et de diamètre} \quad 2w = 2w_0 \left(1 + \frac{z^2}{z_R^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{où}$$

w_0 est le rayon dans la section minimale (waist) où l'on place l'origine de l'axe $z'z$.

z est l'abscisse du point considéré par rapport à la position du waist

z_R est un paramètre d'échelle égal à $\pi \cdot w_0^2 / \lambda$

Le faisceau est focalisé par un doublet de focale $f' = 7 \text{ mm}$, très inférieure à z_R . On appelle w'_0 le rayon du waist image.

2.1. Calculer la valeur minimale de $R(z)$ en fonction de z_R . En déduire que l'onde incidente est quasiment plane.

A.N. : On choisit $z = 1,5 z_R$ séparant le waist objet et le doublet. On prend $w_0 = 0,31 \text{ mm}$. Calculer w à l'entrée du doublet.

2.2. Réécrire l'équation donnant le diamètre d'un faisceau gaussien en l'appliquant dans l'espace image. Montrer que si l'on considère z' voisin de f' et très supérieur à z_R' , on peut faire

l'approximation suivante : $w'_0 = \frac{\lambda f'}{\pi w}$.

A.N. Calculer w'_0 .

Les dimensions de w'_0 peuvent-elles être modifiées par :

- a) les aberrations chromatiques ?
- b) les aberrations géométriques ?

2.3. Rassembler sur un schéma de principe toutes les caractéristiques du faisceau le long de l'axe des z . Le doublet sera représenté ici par une lentille mince de focale f' et on fera figurer les grandeurs w_0 , w'_0 , w , f' et z_R .

2.4. On place au waist image (voisinage de A') l'entrée d'une fibre optique F.O., d'ouverture numérique $O.N = 0,11$ et de diamètre de cœur $d = 4 \mu\text{m}$.

Afin d'optimiser le couplage, le diamètre de la tache focale doit être 1 à 1,5 fois le diamètre du cœur, et le faisceau convergent doit être dans le cône d'acceptance de la fibre : $\theta \leq \theta_{\text{limite}}$ (voir cadre 2).

Ces conditions sont-elles réalisées ?

3. ETUDE DE LA FIBRE MONOMODE.

3.1. En w'_0 le faisceau est encore gaussien et la puissance reçue dans le cercle de rayon r autour de A' (centre de w'_0) est donnée par:

$$P(r) = P_{tot} \left[1 - \exp\left(-\frac{2r^2}{w'^2_0}\right) \right] \text{ où } P_{tot} \text{ est la}$$

puissance totale incidente.

Exprimer littéralement puis calculer la perte A en dB lors de l'injection, sachant que $2w'_0 = 1.25d$.

Quelles sont, dans ce montage, les autres causes d'atténuation .

3.2. Conditions de réflexion totale.

On considère le dioptré séparant le cœur et la gaine d'une fibre à saut d'indice.

Rappeler la condition sur l'angle d'incidence i d'un rayon arrivant sur ce dioptré qui permet d'obtenir la réflexion totale.

On rappelle que l'angle maximum d'injection (ou angle d'acceptance) θ_{lim} s'écrit : $\sin(\theta_{lim}) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = O.N..$

Montrer que l'on peut écrire : $\cos(i) \leq \frac{O.N.}{n_1}$ (1)

A.N. Calculer $\cos(i_{limite})$ si $n_1 = 1,540$ et $n_2 = 1,536$.

3.3. Condition de stationnarité. Modes.

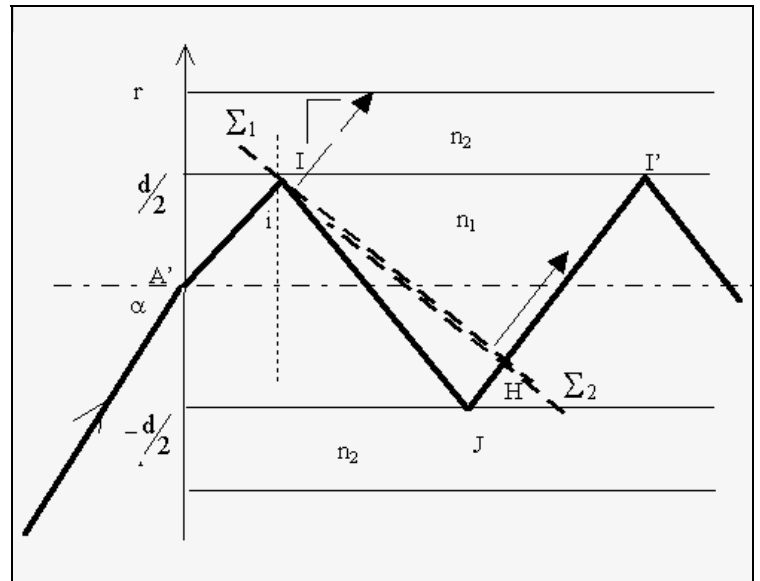
On suppose, en première approximation, que la fibre se comporte comme une cavité Fabry-Pérot d'indice n_1 . Les miroirs (de coefficient de réflexion égal à 1) sont les interfaces coeur-gaine (fig. cadre 2). La réflexion se fait sans déphasage.

Calculer la différence de marche $\delta_1 = (IJ) + (JH)$ entre les plans d'onde qui accompagnent deux rayons successifs se propageant dans la même direction $\vec{k}$.

En déduire que, pour que les ondes interfèrent de manière constructive, la condition (2) doit être remplie:

$$\cos(i) = p \frac{\lambda}{2 \cdot n_1 \cdot d} \quad (p \text{ entier}) \quad (2).$$

A.N. : A partir des conditions (1) et (2) combien peut-on prévoir de modes si $d = 4 \mu m$ et $\lambda = 0,63 \mu m$.



cadre 2

4. ETUDE DE L'INTERFEROMETRE DE MACH-ZEHNDER.

Les extrémités S_1 et S_2 de FO_1 et FO_2 se comportent comme des sources ponctuelles (voir cadre 3). Elles présentent un déphasage Φ provenant de légères différences entre les caractéristiques physiques ou géométriques des deux bras.

On observe alors sur l'écran E_1 l'interférence des sources S_1 et S'_2 image de S_2 à travers la séparatrice Sp . (On observerait de même sur E_2 , l'interférence des sources S_2 et S'_1).

S_1 et S'_2 sont de même amplitude, alignées sur $O_1S_1S_2$ est distantes de $a \ll S_1O_1 = D = S_2O_2$

4.1. Calculer la différence de marche $\delta_2 = (S_1M) - (S'_2M)$ en fonction de $x = O_1M$, D , a .

On fera les approximations d'usage pour les petits :

$$\operatorname{tg}(\alpha) \cong \alpha \text{ et } \cos(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{2}.$$

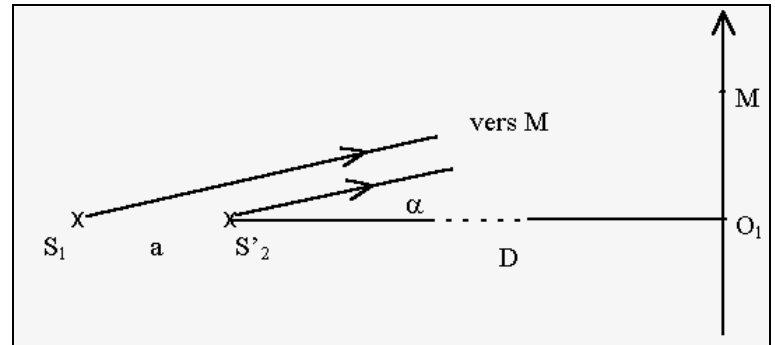
En déduire le déphasage φ au point M.

4.2. Exprimer l'intensité $\frac{I}{I_{\text{MAX}}}$ au point M en fonction de φ .

4.3. FO₁ sert de bras de référence, FO₂ traverse sur une longueur L une zone où la température T varie. Cette variation dT affecte la longueur L et l'indice n₁ ; par suite elle introduit une variation d(n₁ L) de la différence de marche et dΦ du déphasage entre les sources S₁ et S₂.

Pour une fibre en silice, les variations relatives de longueur et d'indice sont: $\frac{1}{L} \frac{dL}{dT} = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ et

$$\frac{1}{n_1} \frac{dn_1}{dT} = 76 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$



cadre 3

a, D et x étant maintenus rigoureusement constants, calculer la variation dφ du déphasage au point M en fonction de la variation dT de la température (prendre L=1 cm et n₁=1.54).

A.N. Combien de franges vont défilier pour une variation de température de 5°C.

5. ETUDE DU THERMOMETRE A FIBRE OPTIQUE.

La lumière injectée est polarisée de manière rectiligne. Les fibres sont à maintien de polarisation. S₁ et S₂ émettent ainsi deux vibrations cohérentes et parallèles de direction de polarisation notée x'x.. On place derrière S₂ une lame λ/2 dont les lignes neutres sont à 45° de la direction de polarisation.

5.1. Expliquer brièvement, sans calcul, à l'aide d'un schéma pourquoi la lame λ/2 transmet une vibration orthogonale de direction notée y'y. Pourquoi les franges ne sont-elles plus visibles sur les écrans E₁ ou E₂ ?

5.2. Les vibrations qui parviennent en E₁ (ou E₂) sont orthogonales entre elles, dirigée l'une suivant x'x l'autre suivant y'y.

On place devant E₁ un polariseur A₁ dirigée suivant la bissectrice des directions de polarisation, et devant E₂, un polariseur dirigé suivant l'autre bissectrice.

Montrer que l'intensité est donnée par: $\frac{I_1}{I_{\text{MAX}}} = \cos^2(\varphi/2)$ en un point de E₁; $\frac{I_2}{I_{\text{MAX}}} = \sin^2(\varphi/2)$ en un point de E₂ .

5.3. On place aux centres O₁ et O₂ des écrans, où $\varphi = \phi + \frac{2\pi a}{\lambda}$, deux photodiodes. Les signaux électriques sont traités électroniquement pour donner le signal $u = A \cdot \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$ où A est un facteur d'amplification .

Montrer que u ne dépend pas de l'intensité injectée.

A.N. On choisit, en ajustant la valeur de a , $\varphi = \pi/2$. Les autres valeurs numériques sont celles données en 4.3. Montrer que la mesure Δu de la variation de u permet la mesure ΔT d'une très faible variation de température: $\Delta u = 1,25 \cdot A \cdot \Delta T$.

RAPPELS.

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$e^{jx} + e^{-jx} = 2 \cdot \cos x$$

$$(1 + e^{jx})(1 + e^{-jx}) = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$$

$$\cos(2x) = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$e^{jx} - e^{-jx} = 2 \cdot j \cdot \sin x$$

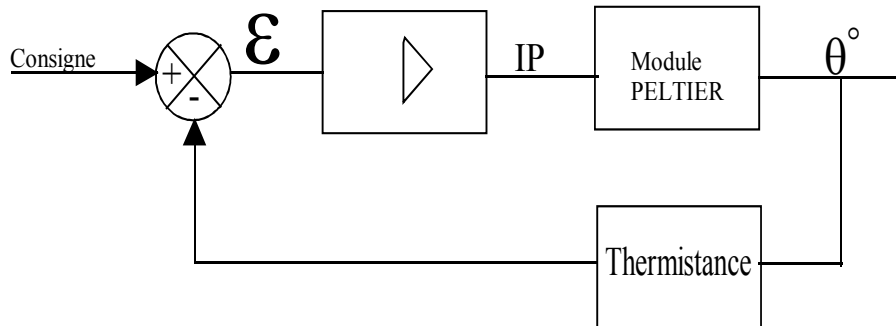
$$(1 - e^{jx})(1 - e^{-jx}) = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$$

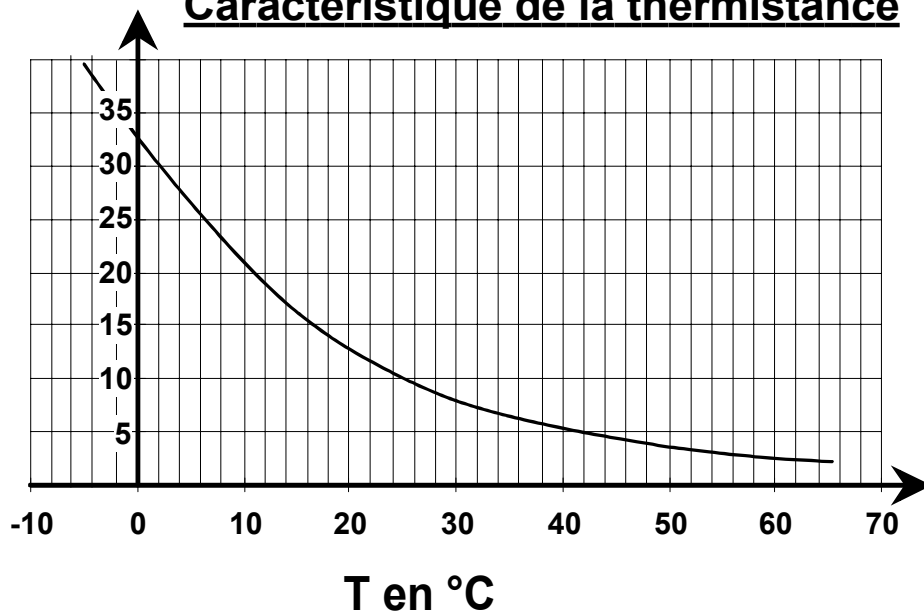
2ème PARTIE : ELECTRONIQUE.

A.ETUDE D'UN ASSERVISSEMENT EN TEMPERATURE

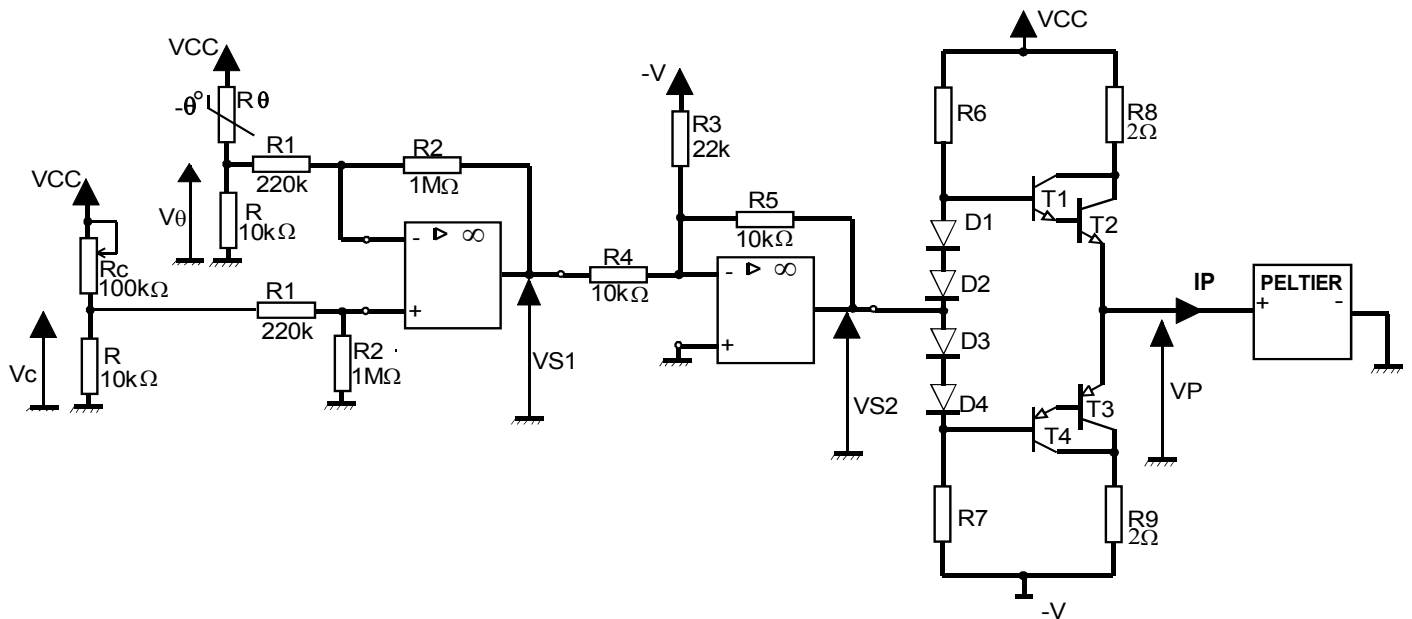
On se propose d'étudier l'asservissement en température d'une diode laser, qui est réalisé par le système suivant :



Caractéristique de la thermistance



- Les AOP sont alimentés en $VCC = 6V$ et $-V = -4V$
- $R\theta$: résistance de la thermistance
- R_c : résistance qui permet de régler la température de consigne.



A-1. On considère que $R1 \gg R$, donner l'expression de :

$$V_c = f(R_c, R, V_{CC}) \text{ et } V_{\theta} = f(R_{\theta}, R, V_{CC})$$

A-2. On considère qu'il y a équilibre à $\theta = 20^\circ\text{C}$; trouver alors la valeur de V_{θ} .

A-3. Calculer $VS1 = f(V_{\theta}, V_c, R1, R2)$. Trouver la valeur de R_c permettant d'obtenir $VS1 = 0$ à la température d'équilibre de 20°C .

A-4. Calculer l'expression de $VS2 = f(VS1, R3, R4, R5, -V)$

A-5. Etude de l'amplificateur de puissance

$R6, R7$ ont pour rôle de polariser les diodes $D1, D2, D3, D4$ à 0.6V

Caractéristiques des transistors:

$T1, T2 : V_{be} = +0.6\text{V}$

$T3, T4 : V_{be} = -0.6\text{V}$

Lorsque $VS2 > 0$ $T1, T2$ conduisent et $T3, T4$ sont bloqués

Lorsque $VS2 < 0$ $T3, T4$ conduisent et $T1, T2$ sont bloqués.

A-5.1. Montrer que $VS2 = VP$ pour les 2 polarités possibles de $VS2$.

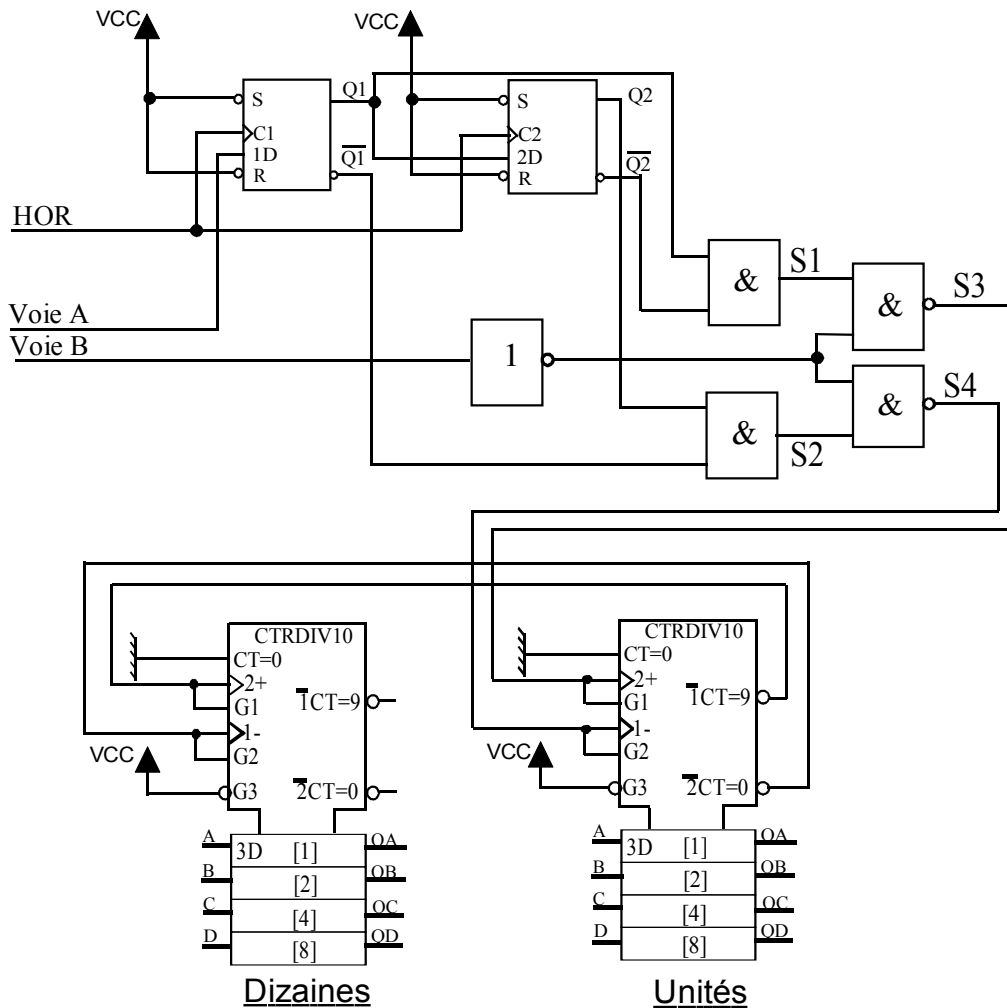
A-6. Sachant que si $VP > 0$ le module PELTIER refroidit la diode laser et que si $VP < 0$ il y a réchauffement de la diode laser ; montrer qu'à l'équilibre ($VS1 = 0$) la diode laser est toujours refroidie.

A-7. Fonctionnement dynamique (θ varie)

Montrer simplement que pour une valeur de R_c choisie, si θ augmente le dispositif entraîne un refroidissement supplémentaire de la diode Laser et qu'inversement une diminution de θ entraîne un réchauffement de la diode Laser.

B.ETUDE DU COMPTEUR DE FRANGES.

On étudiera ici le principe de comptage d'un compteur de franges dont le schéma structurel est donné ci-dessous.

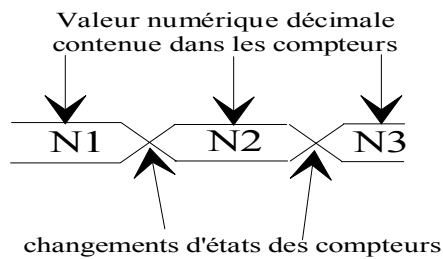


Le comptage des franges se fait à partir de 3 signaux.

- **HOR** : signal d'horloge de période 1ms
- **Voie A** : signal image des franges après mise en forme de période 10ms
- **Voie B** : signal image des franges après mise en forme. Il est décalé de $\pm \frac{\pi}{2}$ par rapport au signal Voie A et sa période est de 10ms.

B-1. Conditions initiales: à $t=0$, $Q1=Q2=0$ et $N=9$ (N étant le contenu du compteur) .

Compléter, sur la feuille réponse 1, les chronogrammes des signaux $Q1$, $\overline{Q1}$, $Q2$, $\overline{Q2}$, $S1$, $S2$, $S3$, $S4$ et N . Le principe de représentation pour N sera le suivant :



B-2. La période de l'horloge restant inchangée ($T=1\text{ms}$), donner la fréquence maximale des signaux voie A et voie B permettant le comptage des franges.

B-3. Comment peut-on améliorer les performances du système ?

Feuille réponse n°1

