

Le moteur de Stirling (8,5 points)

Le moteur de Stirling fait aujourd'hui l'objet de nombreux programmes de recherche développement aux États-Unis, au Japon et en Europe du Nord, où il y a déjà quelques opérations de démonstration en vraie grandeur, notamment en Allemagne et aux Pays-Bas. Le moteur de Stirling présente des avantages significatifs par rapport à un moteur à explosion, Diesel ou essence :

- peu de maintenance et une longue durée de vie ;
- moteur peu bruyant ;
- la combustion extérieure et continue, à basse pression, peut être parfaitement contrôlée pour émettre peu de gaz polluants (3 à 4 ppm d'oxydes d'azote) ;
- enfin, dans les installations de cogénération, la quasi-totalité de la chaleur non dépensée peut être récupérée et exploitée, ce qui conduit à un rendement global potentiel très élevé, de l'ordre de 95 %.

Les températures notées T sont des températures absolues, en K.

Généralités sur les moteurs

Un moteur est un système fermé échangeant un travail W avec l'extérieur, une chaleur Q_F avec une source froide (température T_F) et une chaleur Q_C avec une source chaude (température T_C).

1. Indiquer les signes des quantités W , Q_F et Q_C , en justifiant la réponse.
2. Donner la définition du rendement (ou coefficient de performance) d'un moteur.
3. On rappelle qu'un cycle de Carnot est constitué de deux transformations réversibles isothermes et de deux transformations réversibles adiabatiques. Rappeler l'expression du rendement d'un cycle de Carnot en fonction de T_F et T_C .
 - Existe-t-il, a priori, un moteur de plus grande performance, à T_F et T_C données ?
4. Étude théorique du moteur de Stirling

Le moteur de Stirling est modélisé ainsi : moteur ditherme à combustion externe dans lequel un gaz parfait est soumis à un cycle à quatre transformations :

 - 1-2 compression isotherme où le gaz échange de la chaleur avec la source froide, température T_F .
 - 2-3 transformation isochore
 - 3-4 détente isotherme où le gaz échange de la chaleur avec la source chaude, température T_C .
 - 4-1 transformation isochore

On notera P_i , V_i , T_i les variables d'état relatives aux états (i).

Ce moteur est utilisé pour une installation individuelle de cogénération. Il est placé au sommet d'une parabole : la source chaude est maintenue à $T_C = 770$ K par concentration du rayonnement solaire. Le travail obtenu est transformé en électricité par un alternateur, et la chaleur restante sert au chauffage de la maison.

	état 1	état 2	état 3	état 4
P (Pa)	$1,0 \cdot 10^5$	$5,0 \cdot 10^5$	$14,3 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^5$
V (m ³)	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$
T (K)	$T_F = 270$	$T_F = 270$	$T_C = 770$	$T_C = 770$

- Donner l'allure du cycle de transformations relatif à ce moteur en coordonnées de Clapeyron (P, V), on précisera le sens de parcours de ce cycle.
- Calculer n, le nombre de moles de gaz parfait mis en jeu.
- Donner l'expression du travail élémentaire dW reçu par le gaz parfait à la pression P, quand son volume subit une variation élémentaire dV. En déduire que lors de la transformation 1-->2, le travail reçu par la quantité n de gaz parfait s'écrit : $W_{12} = nRT_f \ln(V_1/V_2) = nRT_f \ln(P_2/P_1)$
- Calculer les travaux W_{12} , W_{23} , W_{34} , W_{43} échangés au cours des différentes transformations du gaz, ainsi que le travail total échangé au cours du cycle.
On rappelle que l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température ; en déduire les variations d'énergie interne ΔU_{12} et ΔU_{34} ainsi que les quantités de chaleur Q_{12} et Q_{34} .
- Calculer le rendement η du moteur et le comparer au rendement d'une machine de Carnot fonctionnant entre deux source de chaleur aux mêmes températures que ce moteur. Ce moteur a-t-il un rendement intéressant ? Pourquoi ?
- Sachant que le cycle est répété 500 fois par minute, calculer la puissance mécanique fournie par le moteur à l'alternateur et la puissance thermique fournie au système de chauffage de la maison.

corrigé

travail cédé à l'extérieur, négatif par définition

Q_c reçu par le système, positif par définition

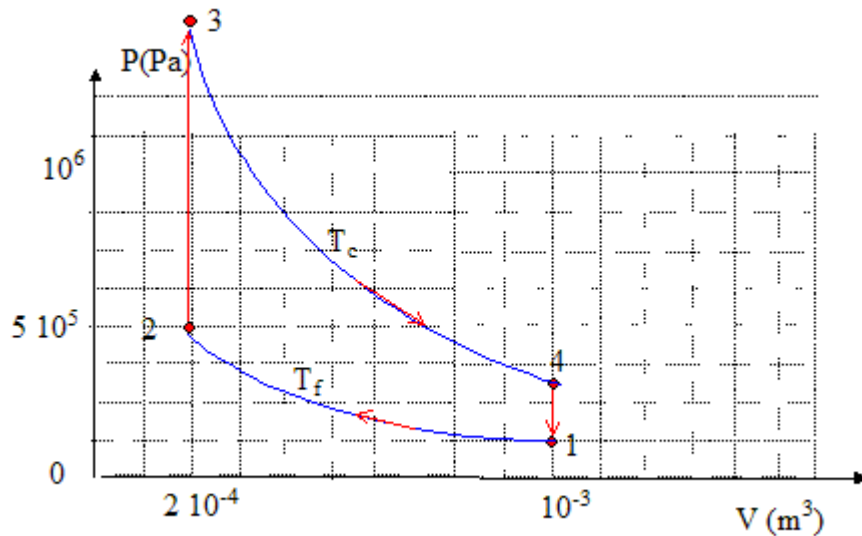
Q_f cédée par le système, négatif par définition

rendement : travail mis en jeu / Chaleur cédée par la source chaude

rendement Carnot : $(T_c - T_f)/T_c$.

Il n'existe pas, à priori, un moteur de plus grande performance, à T_f et T_c données : dans le cycle de Carnot, toutes les transformations sont réversibles et le rendement est maximum.

allure du cycle de transformations relatif à ce moteur en coordonnées de Clapeyron (P, V),



nombre de moles de gaz parfait mis en jeu : avec les données de l'état 1 par exemple

$$n = PV/RT = 10^5 \cdot 10^{-3} / (8,31 \cdot 270) = 4,46 \cdot 10^{-2} \text{ mol.}$$

Expression du travail élémentaire dW reçu par le gaz parfait à la pression P, quand son volume subit une variation élémentaire dV : $dW = -PdV$

Lors de la transformation 1→2, le travail W_{12} reçu par la quantité n de gaz parfait s'écrit :

$$P = nRT/V \text{ d'où : } dW = -nRT/V dV = -nRT_f d \ln V \text{ à } T_f = \text{constante.}$$

$$\text{puis intégrer entre } V_1 \text{ et } V_2 \text{ d'où } W_{12} = nRT_f \ln(V_1/V_2)$$

de plus à température constante $V_1/V_2 = P_2/P_1$ d'où : $W_{12} = nRT_f \ln(V_1/V_2) = nRT_f \ln(P_2/P_1)$

Travaux W_{12} , W_{23} , W_{34} , W_{43} échangés au cours des différentes transformations du gaz, ainsi que le travail total échangé au cours du cycle :

$$W_{12} = 4,46 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 270 \ln(10^{-3} / 2 \cdot 10^{-4}) = 161 \text{ J.}$$

$$W_{23} = 0 \text{ (isochore)} ; W_{41} = 0 \text{ (isochore)}$$

$$W_{34} = nRT_c \ln(V_3/V_4) = 4,46 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 770 \ln(2 \cdot 10^{-4} / 10^{-3}) = -460 \text{ J.}$$

$$W = -460 + 161 = -299 \text{ J.}$$

On rappelle que l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température ;

$$\text{variations d'énergie interne : } \Delta U_{12} = \Delta U_{34} = 0 \text{ (isothermes)}$$

quantités de chaleur Q_{12} et Q_{34} :

$$\text{en conséquence } W_{34} + Q_{34} = 0 \text{ soit } Q_{34} = -W_{34} = 460 \text{ J ; } W_{12} + Q_{12} = 0 \text{ soit } Q_{12} = -W_{12} = -161 \text{ J}$$

Calcul du rendement η du moteur :

$$\text{rendement} = |(W_{12} + W_{34}) / Q_{34}| = |(W_{12} + W_{34}) / (-W_{34})| = |-W_{12} / W_{34} - 1|$$

$$W_{12} / W_{34} = -T_f / T_c$$

$$\text{d'où le rendement : } |T_f / T_c - 1| = |270 / 770 - 1| = \underline{0,65}.$$

rendement intéressant car identique au rendement d'une machine de Carnot fonctionnant entre deux source de chaleur aux mêmes températures que ce moteur.

Le cycle est répété 500 fois par minute, la puissance mécanique fournie par le moteur à l'alternateur vaut :

$$\text{travail total sur un cycle : } 299 \text{ J}$$

$$\text{sur 500 cycles : } 299 \times 500 = 1,5 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\text{puissance } 1,5 \times 10^5 / 60 = \underline{2,5 \text{ kW}}.$$

$$\text{puissance thermique fournie au système de chauffage de la maison : } 161 \times 500 / 60 = \underline{1,3 \text{ kW}}.$$

Acoustique (5,5 points)

Un moteur est situé dans un local de surface au sol $2 \times 2,5 \text{ m}^2$ et de hauteur 2,5 m. Toutes les parois de ce local sont en béton (coefficient d'absorption $\alpha_1 = 0,02$)

On mesure, quand ce moteur fonctionne, le niveau d'intensité acoustique L_p à l'aide d'un sonomètre équipé d'un analyseur de filtres d'octaves de fréquences centrales f_0 .

f_0 (Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
L_p (dB)	36	50	52	52	60	61

1. Calculer le niveau de pression acoustique total noté L_1 .
2. Calculer la durée de réverbération notée T_1 .
On traite par flocage, le plafond de ce local, le coefficient d'absorption moyen de ce flocage étant $\alpha_2 = 0,8$.
3. Calculer la durée de réverbération notée T_2 .
4. Calculer la nouvelle valeur du niveau de pression acoustique total noté L_2 .

Formule de Sabine pour la durée de réverbération d'un local : $T = a(V/A)$ avec $a = 0,16 \text{ s m}^{-1}$; V : volume du local ; A : aire absorbante équivalente.

Variation ΔL du niveau acoustique résultant d'une variation de la durée de réverbération $\Delta L = 10 \log$

(T_2/T_1)

corrigé

niveau de pression acoustique total noté L_1 :pour chaque intervalle, calcul du niveau d'intensité acoustique $I = I_0 10^{0,1 L} = 10^{-12} * 10^{0,1 L}$:

f_0 (Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
L_p (dB)	36	50	52	52	60	61
I ($W m^{-2}$)	$3,98 \cdot 10^{-9}$	10^{-7}	$1,58 \cdot 10^{-7}$	$1,58 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	$1,26 \cdot 10^{-6}$

intensité acoustique totale : $I_{total} = 3,98 \cdot 10^{-9} + 10^{-7} + 1,58 \cdot 10^{-7} + 1,58 \cdot 10^{-7} + 10^{-6} + 1,26 \cdot 10^{-6} = 2,68 \cdot 10^{-6}$
 $W m^{-2}$)

$$L_1 = 10 \log (I_{total} / I_0) = 10 \log (2,68 \cdot 10^{-6} / 10^{-12}) = \mathbf{64,3 \text{ dB.}}$$

durée de réverbération notée T_1 : temps mis par un bruit pour décroître de 60 dB après coupure de la sourceFormule de Sabine pour la durée de réverbération d'un local : $T = a(V/A)$ avec $a = 0,16 \text{ s m}^{-1}$; V : volume du local ; A : aire absorbante équivalente. $A =$ aire totale du local *coefficient d'absorption α_1 du bétonaire du local = aire sol + aire plafond + aire des murs = $5 + 5 + 9 \cdot 2,5 = 32,5 \text{ m}^2$

$$A = 32,5 \alpha_1 = 32,5 \cdot 0,02 = 0,65 \text{ m}^2$$

volume du local : $V = 5 \cdot 2,5 = 12,5 \text{ m}^3$.

$$T_1 = 0,16 \cdot 12,5 / 0,65 = \mathbf{3,1 \text{ s.}}$$

On traite par flocage, le plafond de ce local, le coefficient d'absorption moyen de ce flocage étant $\alpha_2 = 0,8$.durée de réverbération notée T_2 : $A =$ aire absorbante équivalente = aire du plafond α_2 + aire des murs α_1

$$A = 5 \cdot 0,8 + 27,5 \cdot 0,02 = 4,55 \text{ m}^2.$$

$$T_2 = 0,16 \cdot 12,5 / 4,55 = \mathbf{0,44 \text{ s.}}$$

nouvelle valeur du niveau de pression acoustique total noté L_2 :

Variation ΔL du niveau acoustique résultant d'une variation de la durée de réverbération $\Delta L = 10 \log (T_2/T_1)$

$$\Delta L = 10 \log (0,44/3,1) = -8,5 \text{ dB} ; L_2 = 64,3 - 8,5 = \underline{55,8 \text{ dB}}.$$

Chimie (6 points)

On souhaite dissoudre le calcaire ou carbonate de calcium CaCO_3 existant dans une canalisation. Pour cela on utilise l'acide chlorhydrique du commerce.

L'équation de la réaction est : $\text{Ca}^{2+} + \text{CO}_3^{2-} + 2(\text{H}^+ + \text{Cl}^-) = \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{Ca}^{2+} + 2\text{Cl}^-$

1. Quelle masse de carbonate de calcium peut-on dissoudre avec 1L de solution d'acide chlorhydrique de concentration $C = 11 \text{ mol/L}$?
Dilution de la solution commerciale d'acide :
On veut vérifier la valeur de l'indication portée par l'étiquette. Pour cela on prépare une solution diluée.
On prélève un volume $v_1 = 5,0 \text{ mL}$ de la solution commerciale que l'on dilue jusqu'à un volume $v_2 = 500 \text{ mL}$ avec de l'eau distillée.
2. On évalue le pH de la solution diluée en utilisant du papier pH. On trouve pH voisin de 1. En déduire une valeur approchée de la concentration c de la solution diluée et de la concentration C de la solution commerciale.
On prélève un volume $v_a = 10 \text{ mL}$ de la solution diluée d'acide chlorhydrique. On y ajoute quelques gouttes de bleu de bromothymol.
3. Préciser le rôle de cet indicateur.
La solution titrante est une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 0,10 \text{ mol/L}$.
4. Sachant que le volume de solution titrante nécessaire pour atteindre l'équivalence est 10,8 mL, déterminer la concentration c de la solution diluée et de la concentration C de la solution commerciale. Que pensez vous de l'indication portée par l'étiquette ?
5. Indiquer sur un axe selon le pouvoir oxydant croissant, les couples oxydoréducteurs dont les potentiels normaux sont indiqués ci-dessous.
6. Pourquoi est-il possible d'utiliser l'acide chlorhydrique pour détartrer une canalisation de cuivre ? Pourrait-on faire de même avec une canalisation en plomb ? en fonte ? Justifier.

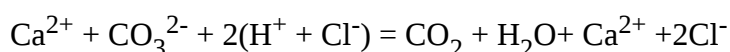
Ca : 40 ; C : 12 ; O : 16 g/mol

$\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2$: V ; Fe^{2+}/Fe : -0,44 V ; Cu^{2+}/Cu : 0,34 V ; Pb^{2+}/Pb : -0,13 V.

corrigé

masse de carbonate de calcium dissoute avec 1L de solution d'acide chlorhydrique de concentration $C = 11 \text{ mol/L}$:

quantité de matière d'acide (mol) = volume (L) * concentration (mol/L) = $1 \times 11 = 11 \text{ mol}$



D'après les coefficients de l'équation, la quantité de matière de carbonate de calcium est égale à la moitié de la quantité de matière d'acide soit 5,5 mol.

$$\text{Masse molaire CaCO}_3 : M = 40 + 12 + 3 \cdot 16 = 100 \text{ g/mol}$$

$$\text{masse (g)} = \text{masse molaire (g/mol)} \cdot \text{quantité de matière (mol)} = 100 \cdot 5,5 = \underline{550 \text{ g.}}$$

On prélève un volume $v_1 = 5,0 \text{ mL}$ de la solution commerciale que l'on dilue jusqu'à un volume $v_2 = 500 \text{ mL}$ avec de l'eau distillée.

Le facteur de dilution est égal à : $F = 500/5 = 100$; la solution diluée est 100 fois moins concentrée que la solution commerciale.

$$\text{pH} = 1 = -\log c \text{ d'où } c = 0,1 \text{ mol/L et } C = 100 \cdot 0,1 = \underline{10 \text{ mol/L.}}$$

On prélève un volume $v_a = 10 \text{ mL}$ de la solution diluée d'acide chlorhydrique. On y ajoute quelques gouttes de bleu de bromothymol.

L'indicateur coloré change de couleur à l'équivalence (passage du jaune au bleu). L'indicateur coloré permet de repérer l'équivalence.

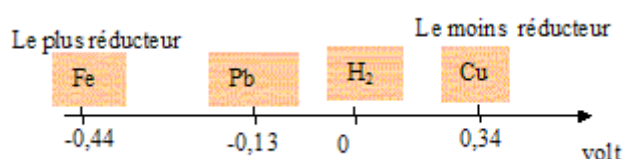
La solution titrante est une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 0,10 \text{ mol/L}$.

Le volume de solution titrante nécessaire pour atteindre l'équivalence est 10,8 mL :

à l'équivalence $c_a V_a = c_b V_b$ soit $c_a = c_b V_b / V_a = 0,1 \cdot 10,8 / 10 = 0,108 \text{ mol/L}$ et $C = 100 \cdot 0,108 = 10,8 \text{ mol/L}$

L'indication portée par l'étiquette est correcte (écart relatif $= (11 - 10,8) / 10,8 \cdot 100 = 2 \%$)

pouvoir oxydant croissant, les couples oxydoréducteurs :



Il est possible d'utiliser l'acide chlorhydrique pour détartre une canalisation de cuivre (H_3O^+ n'attaque pas le cuivre) ;

par contre le plomb et le fer (fonte) sont des métaux plus réducteurs que H_3O^+ : en conséquence le plomb et le fer sont attaqués par H_3O^+ ; le détartage par l'acide chlorhydrique n'est pas possible dans ce cas.