machine frigorifique (9 points)

Dans une machine frigorifique, une masse m de fluide frigorigène subit le cycle suivant :

Figure 1

Figure 2

- Le compresseur amène la vapeur saturée sèche de l'état 1 ($\theta_1 = -10^\circ\text{C}$; $P_1 = 3,5$ bar) à l'état 2 ($\theta_2 = 40^\circ\text{C}$; $P_2 = 9,1$ bar) suivant une compression isentropique.
- Le condenseur permet à la vapeur d'atteindre la température de changement d'état puis de se liquéfier totalement (état 3) selon un refroidissement isobare.
- Le détendeur permet au fluide d'atteindre l'état 4 ($\theta_4 = -10^\circ\text{C}$; $P_4 = 3,5$ bar). Au cours de cette transformation on considère que le fluide n'échange ni travail ni chaleur avec le milieu extérieur, et on admet que son enthalpie reste constante.
- Le vaporisateur (évaporateur) permet au fluide de revenir à l'état 1.

Données : enthalpie massique dans les différents états :

$$h_1 = 401 \text{ kJ/kg} ; h_2 = 428 \text{ kJ/kg} ; h_3 = h_4 = 224 \text{ kJ/kg}.$$

Chaleur latente de vaporisation du fluide dans le condenseur : $L_v = 188 \text{ kJ/kg}$.

Chaleur massique de la vapeur à pression constante : $C_p = 0,8 \text{ kJ/(kg K)}^{-1}$.

On rappelle que pour une transformation isobare $\Delta h = Q$.

1. Calculer la quantité de chaleur Q_E échangée par 1 kg de fluide au niveau de l'évaporateur.
 - Calculer la quantité de chaleur Q_C échangée par 1 kg de fluide au niveau du condenseur.
 - La température de changement d'état dans le condenseur est notée θ . Détailler les échanges thermique entre les états 2 et 3. En déduire l'expression littérale de Q_C en fonction de c_p , θ , θ_2 et L_v .
 - Calculer la valeur de θ .
2. En utilisant le premier principe de la thermodynamique, montrer que le travail reçu par 1 kg de fluide au cours du cycle est $W = h_2 - h_1$.
 - Déterminer le coefficient d'efficacité frigorifique e du cycle.
 - Le travail reçu par le cycle est fourni par le compresseur. déterminer la puissance du compresseur sachant que le débit massique du fluide est $q_m = 0,10$ kg/s.

corrigé

Q_E échangée par 1 kg de fluide au niveau de l'évaporateur (transformation isobare) = $h_1 - h_4 = 401 - 224 = 177$ kJ.

Dans le condenseur : transformation isobare donc $Q_C = h_3 - h_2 = 224 - 428 = -204$ kJ

la vapeur doit passer de la température θ_2 à θ puis se condenser à température constante θ .

chaleur latente de liquéfaction du fluide = -chaleur latente de vaporisation du fluide dans le condenseur

$$Q_C = c_p(\theta - \theta_2) - L_v = 0,8(\theta - 40) - 188$$

$$0,8(\theta - 40) - 188 = -204 \text{ soit } \theta = 20^\circ\text{C}.$$

au cours du cycle $\Sigma Q + \Sigma W = 0$

état 1 --> état 2 : compression isentropique : travail W et $Q_{12} = 0$

état 2 --> état 3 : isobare $Q_E = h_3 - h_2$;

état 3 --> état 4 : travail et chaleur échangés sont nuls

état 4 --> état 1 : $Q_{41} = h_1 - h_4$.

$$\Sigma Q = Q_E + Q_{41} = h_3 - h_2 + h_1 - h_4 ; \text{ or } h_3 = h_4 \text{ soit } \Sigma Q = h_1 - h_2 ;$$

$$\Sigma Q + \Sigma W = 0 ; \Sigma W = -\Sigma Q = h_2 - h_1 = 428 - 401 = 27 \text{ kJ}.$$

efficacité = énergie thermique enlevée à la source froide divisée par le travail investi.

$$e = |Q_c|/W = 204/27 = 7,5.$$

puissance (watt) du compresseur = travail (J) / durée (s) = travail pour 1kg de fluide * débit massique

$$P = 27 * 0,1 = 2,7 \text{ kW.}$$

électricité (6 points)

La température de la machine frigorifique est contrôlée par une régulation fonctionnant en tout ou rien. Le relais commande le compresseur.

figure 3

Le capteur de température impose une tension e^+ à l'entrée non inverseuse telle que dans l'intervalle -30 °C et $+30\text{ °C}$, $e^+ = 0,1 \theta$ (θ représente la température exprimée en °C et e^+ le potentiel de l'entrée non inverseuse, exprimé en V).

1. Quel est le rôle du potentiomètre R_h ? En l'absence des résistances R , les valeurs limites de potentiel du curseur sont-elles compatibles avec le capteur de température utilisé ? Justifier et conclure.
2. Pourquoi utiliser une diode D en parallèle aux bornes du relais ?
3. Quel est le mode de fonctionnement de l'amplificateur opérationnel ?
4. On part d'une situation dans laquelle l'intérieur de la machine frigorifique est à une température initiale de 20 °C . R_h permet de faire varier e^- entre $-3,5\text{ V}$ et $+3,5\text{ V}$. On règle la position R_h afin d'évoluer vers un état de régime dans lequel la température moyenne est -10 °C .
 - A quelle valeur de tension e^- correspond cette consigne.
 - Sachant que le compresseur fonctionne quand le relais est alimenté, montrer que le montage proposé fonctionne correctement.

corrigé

Le potentiomètre R_h permet de modifier la tension à l'entrée inverseuse.

En l'absence des résistances R , les valeurs limites de potentiel du curseur sont -15 V et $+15\text{ V}$, donc e^- est comprise entre -15 V et $+15\text{ V}$

Le capteur de température impose une tension e^+ comprise entre -3 V et $+3\text{ V}$.

Il est nécessaire de mettre les résistances R afin que e^- varie dans un intervalle proche de $[-3\text{ V} ; +3\text{ V}]$. Dans ces conditions le capteur de température est compatible.

Le montage fonctionne en comparateur

Diode dite " de roue libre " : lorsque le relais n'est pas traversé par un courant (relis non alimenté), la diode est passante.

valeur de tension e^- correspond cette consigne : $0,1 * (-10) = -1\text{ V}$

Si la température de la machine frigorifique s'élève e^+ devient supérieure à -1 V : la tension de sortie de l'A O est telle que le relais est alimenté, le compresseur démarre et ramène la température vers -10 °C .

Dès que la température est inférieure à -10 °C , la tension de sortie de l'AO prend la valeur opposée à la valeur précédente et le relais n'étant plus alimenté, le compresseur s'arrête.

dureté d'une eau (5 points)

La dureté totale d'une eau dépend de la concentration en ion Ca^{2+} et Mg^{2+} . Cette concentration, notée C est exprimé en millimole/L (mmol/L). Le titre hydrotimétrique français TH est alors donné par $\text{TH} = 10 C$; TH s'exprime en ° Français.

Les eaux courantes ont un titre hydrotimétrique inférieur à 50. Quand une eau a un degré supérieur à 30, elle est qualifiée de dure.

Le dosage des ions Ca^{2+} et Mg^{2+} s'effectue avec une solution d'EDTA symbolisé par Y^{4-} en milieu basique selon les équations : $\text{Ca}^{2+} + \text{Y}^{4-} = \text{CaY}^{2-}$ et $\text{Mg}^{2+} + \text{Y}^{4-} = \text{MgY}^{2-}$. La fin du dosage est repérée grâce à la présence de noir ériochrome qui donne une coloration violette en présence des ions Ca^{2+} et Mg^{2+} et prend une teinte bleue lorsque les ions Ca^{2+} et Mg^{2+} sont en totalité sous forme CaY^{2-} et MgY^{2-} .

On dose 50 mL d'eau du robinet par une solution d'EDTA à $C_1 = 0,01\text{ mol/L}$. L'équivalence est obtenue après avoir versé $V_1 = 12,8\text{ mL}$ d'EDTA.

1. Quelle la couleur de la solution en fin de dosage ?
2. Quelle est la concentration C de la solution ?
3. Quel est le titre hydrotimétrique de cette eau ? Que peut-on en conclure ?
4. La feuille d'analyse d'eau fournie par la mairie donne les concentrations suivantes : Ca^{2+} : 72 mg/L ; Mg^{2+} : 18,6 mg/L. Ces données sont-elles compatibles avec la valeur C trouvée ?

Ca : 40,1 ; Mg : 24,3 g/mol.

corrigé

en fin de dosage, les ions Ca^{2+} et Mg^{2+} sont en totalité sous forme CaY^{2-} et MgY^{2-} : la solution est bleue.

A l'équivalence $C_1V_1 = CV$ soit $C = C_1V_1 / v = 0,01 \cdot 12,8 / 50 = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L} = 2,56 \text{ mmol/L}$

TH = $10 C = 25,6^\circ\text{Français}$.

valeur inférieure à 30 : donc l'eau n'est pas dure.

Qté de matière (mmol) = masse (mg) / masse molaire (g/mol)

dans 1 L : $\text{Ca}^{2+} : 72 / 40,1 = 1,8 \text{ mmol/L}$

$\text{Mg}^{2+} : 18,6 / 24,3 = 0,76 \text{ mmol/L}$.

total : $1,8 + 0,76 = 2,56 \text{ mmol/L}$ soit TH = $25,6^\circ \text{ Français}$

tout à fait en accord avec le résultat ci-dessus.