

Premier problème : liquéfaction de l'hélium

Refroidissement par compression-détente

On désire refroidir de l'hélium gazeux pris initialement à la température $T_0 = 298 \text{ K}$ et à la pression $P_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$. Pour cela, on lui fait subir les transformations successives ① et ② :

① Compression isotherme et réversible jusqu'à $P_1 = 6,0 \times 10^5 \text{ Pa}$

② Détente adiabatique et réversible jusqu'à la pression initiale P_0 et une température T_1 .

On considérera dans les questions suivantes que l'hélium est un gaz parfait.

1. Représenter ces transformations sur un diagramme T-S (température-entropie).
2.
 - a. Exprimer la température T_1 en fonction de T_0 , P_0 , P_1 et γ .
 - b. Application numérique : calculer T_1 et le rapport $k = T_1/T_0$.
 - c. Obtiendrait-on une température T_1 plus petite ou plus grande en utilisant un gaz diatomique?
3. Calculer le travail W , mis en jeu lors de la compression isotherme ① décrite ci-dessus, d'une mole d'hélium.
Commenter son signe.
4. Calculer le travail W_2 mis en jeu lors de la détente ② décrite ci-dessus, d'une mole d'hélium.
Commenter son signe.
5. Calculer le travail total échangé avec l'extérieur par kilogramme d'hélium ayant subi les transformations ① et ②. Commenter son signe.
6. L'hélium obtenu (température T_1 et pression P_0) est à nouveau soumis aux transformations ① et ②, à partir de la température initiale T_1 . La température finale sera notée T_2 .
Exprimer T_2 en fonction de T_0 et k .
7. L'hélium pris dans les conditions initiales T_0 et P_0 subit n fois les transformations ① et ②.
La température finale sera notée T_n . Exprimer T_n en fonction de T_0 , k et n .
8. Combien de fois au minimum doit-on faire subir la compression ① suivie de la détente ② à l'hélium pris à $T_0 = 298 \text{ K}$ et à $P_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ pour abaisser sa température en dessous de 30 K ?

DONNEES :

$$R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

$$\gamma = C_p/C_v$$

$$\text{Pour un gaz monoatomique} \quad C_p = 5R/2 \quad C_v = 3R/2$$

$$\text{Pour un gaz diatomique} \quad C_p = 7R/2 \quad C_v = 5R/2$$

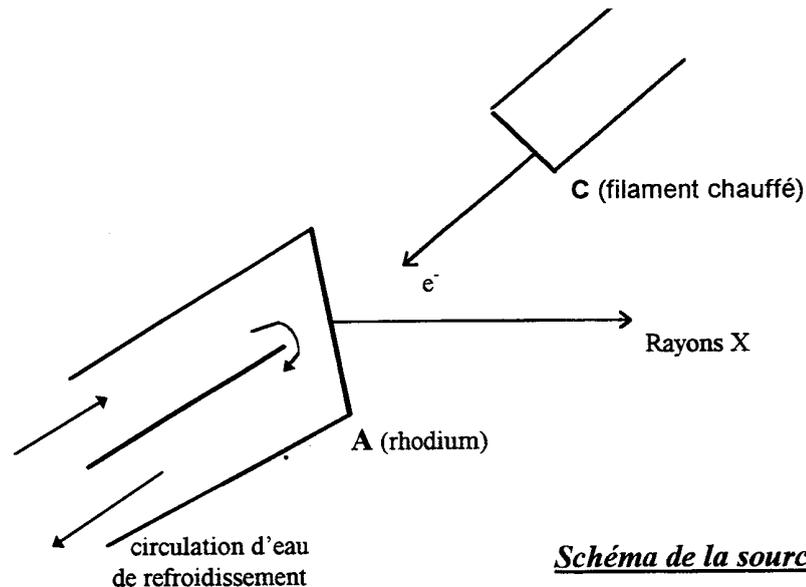
$$\text{Masse molaire atomique de l'hélium: } 4 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$\text{Température de liquéfaction de l'hélium à } 10^5 \text{ Pa: } 4,2 \text{ K}$$

Deuxième Problème : Fluorescence X

1. Etude de la source primaire de rayons X

- Des électrons émis par une cathode C sont accélérés sous une tension U_{AC} . Ils bombardent une anticathode A de rhodium, ce qui conduit à l'émission de rayons X.



- Quel est le signe de U_{AC} ? Justifier.
 - En admettant que la vitesse d'émission des électrons par la cathode C est nulle, exprimer leur énergie cinétique lorsqu'ils atteignent l'anticathode en fonction de U_{AC} .
 - Etablir la relation reliant la longueur d'onde minimale des rayons émis et la tension U_{AC} .
 - Application numérique : $\lambda_{\text{mini}} = 1,40 \times 10^{-10}$ m. Calculer U_{AC} .
- De l'énergie est cédée par les électrons à l'anticathode ; celle-ci se dissipe surtout sous forme de chaleur. La puissance thermique à évacuer est de 3 kW. De l'eau est utilisée pour le refroidissement ; elle rentre dans le système de refroidissement à 15 °C et en ressort à 55°C. La capacité thermique massique de l'eau est $c_p = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Quel doit être la valeur du débit de l'eau au contact de l'anticathode pour évacuer l'énergie thermique provenant des électrons ?
 - La source de rayons X est protégée sur les côtés par un écran. L'absorption des rayons X par l'écran suit une loi du type $dP = -\mu \cdot P \cdot dx$ où dP est la puissance absorbée par une épaisseur élémentaire dx recevant la puissance incidente P et μ un coefficient caractéristique du matériau constituant l'écran et dépendant de la longueur d'onde.

- Exprimer la puissance transmise P_t , par un écran d'épaisseur totale e recevant la puissance incidente P_o .
- Quelle épaisseur minimale d'écran faut-il prévoir afin que la puissance transmise soit inférieure à 1 % de la puissance incidente dans le cas du rayonnement le plus dangereux ($\lambda_{\text{mini}} = 1,40 \times 10^{-10} \text{ m}$) pour lequel $\mu = 290 \text{ m}^{-1}$?

2. Etude d'un échantillon par fluorescence X

Les rayons X produits par la source primaire sont envoyés sur un échantillon métallique. Ils peuvent être absorbés par les atomes présents. Dans ce cas, un électron de la couche K peut être expulsé de l'atome. L'atome ionisé émet alors, au cours de sa désexcitation, des raies de fluorescence X.

- Quelle condition doit relier l'énergie du niveau K d'un atome et la longueur d'onde incidente minimum pour qu'il y ait fluorescence X ? ($\lambda_{\text{mini}} = 1,40 \times 10^{-10} \text{ m}$)
- Parmi les éléments du tableau suivant, quels sont ceux qui pourront donner lieu à un rayonnement de fluorescence X par départ d'un électron K, avec la source utilisée ($\lambda_{\text{mini}} = 1,40 \cdot 10^{-10} \text{ m}$) ?

Élément	Fe	Co	Cu	Zn
Energie du niveau K en eV	$-7,14 \times 10^3$	$-8,28 \times 10^3$	$-8,98 \times 10^3$	$-9,70 \times 10^3$

- L'échantillon émet une longueur d'onde $\lambda_{K\alpha} = 1,66 \times 10^{-10} \text{ m}$ correspondant à la transition du niveau L au niveau K du nickel.
Sachant que l'énergie du niveau L du nickel est $E_L = -853 \text{ eV}$, calculer l'énergie E_K du niveau K.

DONNEES :

$$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}^{-1}$$

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$