

E4 : ANALYSE ET CALCUL DES STRUCTURES

Durée : 8 heures

Coefficient : 6

Sous épreuve : MECANIQUE

(unité U 41)

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

Le dossier technique d'étude est commun aux épreuves E4 et E5

Composition du dossier :

Dossier technique d'étude :	Présentation :	Page 1/4.
	Documentation :	Pages 2/4 à 4/4.
Sujet : pages 1/9 à 9/9	Questions :	Pages 2/9 à 5/9.
	Document réponse :	pages 6/9 à 7/9.
Annexe : tableau des intégrales de Möhr (page 8/9), Formulaire (page 9/9).		

Matériels et documents autorisés :

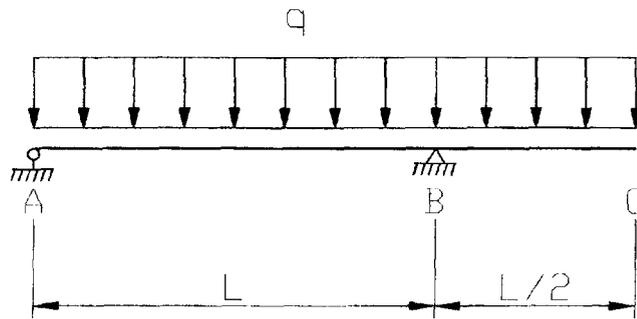
Calculatrice conforme aux normes en vigueur.



Etude d'une poutre d'extrémité avec porte à faux

On donne le schéma mécanique ci dessous :

Données numériques :



$$q = 5 \text{ kN/m}$$

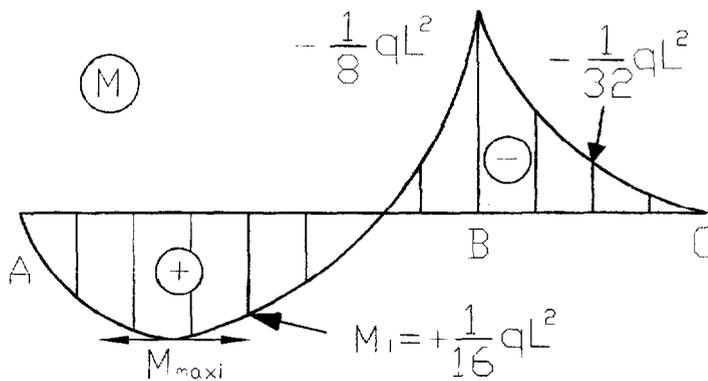
$$l = 8 \text{ m}$$

$$A = 20 \text{ cm}^2$$

$$I = 2000 \text{ cm}^4$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

- 1.1/ Déterminer les expressions littérales des actions aux appuis.
Calculer la valeur numérique de ces actions – Compléter le document R1.
- 1.2/ Déterminer les équations littérales de $V(x)$ et $M(x)$.
Définir les valeurs particulières (valeurs aux bornes, racines, extremums...).
- 1.3/ Compléter le document réponse R1 en traçant avec précision et en valeurs numériques les diagrammes de $V(x)$ et de $M(x)$.
- 1.4/ Etude de la déformée.
On ne tient compte que de l'énergie de déformation due à M .
Sous le chargement étudié, les caractéristiques du diagramme de moment de flexion sont les suivantes :

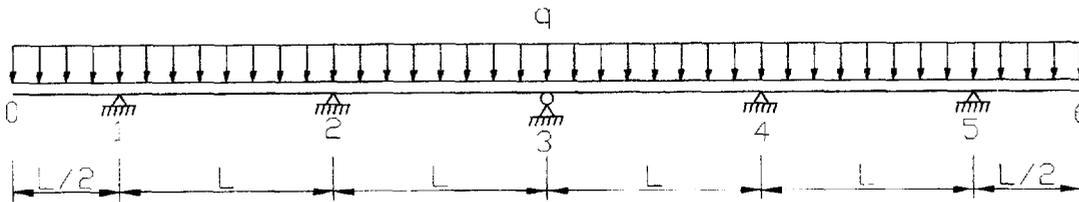


- a/ Enoncer clairement, sans calcul, le théorème permettant de déterminer le déplacement vertical en C (flèche Δ_C).
- b/ Développer la méthode et justifier la forme littérale du résultat : $\Delta_C = \frac{1}{128} \times \frac{ql^4}{EI}$ (sens vers le bas).
- c/ Calculer la valeur numérique de Δ_C et compléter sur le document réponse R1 le schéma de l'allure de la déformée. On précise que la rotation en B est nulle ($\omega_B = 0$).

Etude d'une poutre continue

On donne le schéma mécanique ci dessous :

Données numériques :



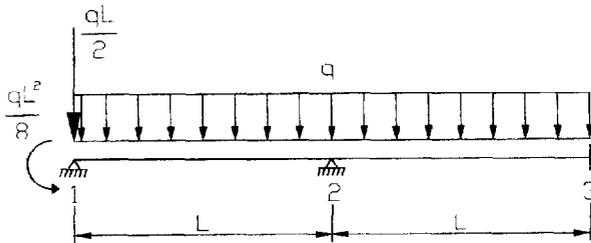
- $q=5\text{ kN/m}$
- $l=8\text{ m}$
- $A=20\text{ cm}^2$
- $I=2000\text{ cm}^4$
- $E=210\ 000\text{ MPa}$

Le candidat pourra résoudre cette partie :

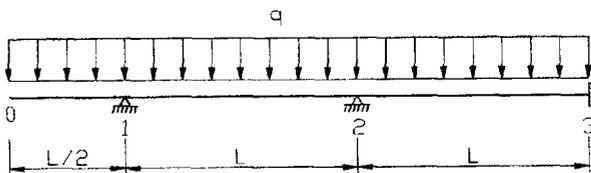
- Soit totalement en valeurs littérales.
- Soit totalement en valeurs numériques.

On décide d'étudier cette poutre par la méthode des déplacements (méthode des rotations) :

- Soit en adoptant le modèle simplifié suivant :



- Soit en adoptant la 1/2 structure simplifiée suivante :



2.1/ Justifier le choix du modèle simplifié en rappelant les propriétés et particularités : de la structure, du chargement, des actions aux appuis, du diagramme de V , du diagramme de M , des déformations.

2.2/ Développer la méthode et justifier les valeurs des inconnues cinématiques :

Sens positif

$$\omega_1 = \frac{4qL^3}{336EI} \qquad \omega_1 = 7,256 \cdot 10^{-3} \text{ rd}$$

$$\omega_2 = -\frac{ql^3}{336EI} \qquad \omega_2 = -1,814 \cdot 10^{-3} \text{ rd}$$

2.3/ Rechercher les valeurs des moments aux extrémités des poutres.
Tracer le diagramme de $M(x)$.

2.4/ Rechercher les valeurs des actions aux appuis. Dessiner la structure en équilibre.

Etude d'un portique courant

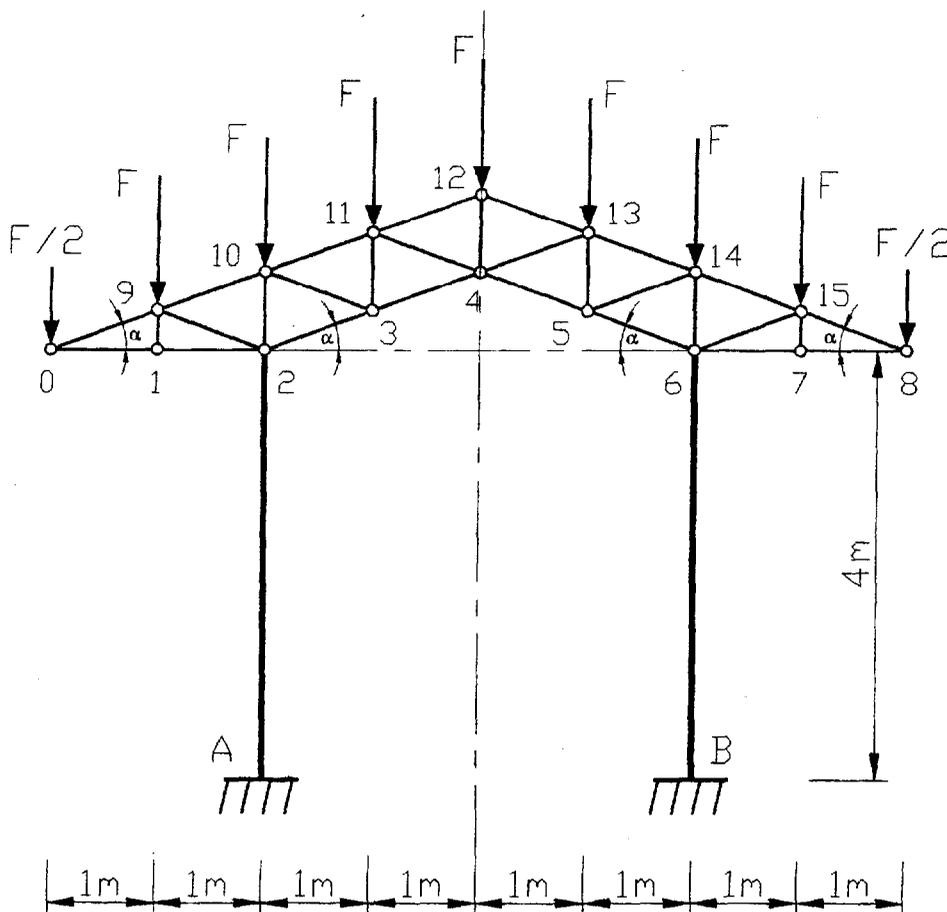
On donne le schéma mécanique ci dessous :

Données numériques :

$$F=10kN$$

$$\alpha=20^\circ \text{ angle du versant}$$

(pente du versant $\approx 36\%$)



Dans un premier temps on envisage de concevoir un portique constitué de 2 poteaux encastrés en pieds, articulés en tête, surmontés d'une ferme treillis.

3.1/ Analyse :

Déterminer le degré d'hyperstatisme de cette structure.

3.2/ Résolution par la méthode des forces :

Expliquer clairement, en joignant des schémas précis, la méthode adoptée.

AUCUN CALCUL N'EST DEMANDÉ.

L'évaluation de la question portera sur l'aptitude du candidat à :

- Désigner la ou les inconnues hyperstatiques de son choix.
- Proposer une décomposition (ou superposition) en problèmes isostatiques.
- Exprimer la ou les conditions cinématiques à exploiter.

3.3/ Etude des poteaux :

Sous le chargement étudié, les actions aux appuis prennent pour valeurs :

$$X_A = -X_B \approx 0 \text{ (actions horizontales en pieds de poteaux).}$$

$$Y_A = Y_B = 4F = 40 \text{ kN (actions verticales en pieds de poteaux).}$$

$$M_A = -M_B \approx 0 \text{ (moments d'encastrement en pieds de poteaux).}$$

A quel type de sollicitations sont soumis les poteaux.

Préciser la particularité des diagrammes N , V et M .

3.4/ Etude de la ferme treillis :

Déduire de la question précédente les actions des poteaux sur la ferme, représenter la ferme en équilibre en complétant le document réponse R2.

- Rechercher graphiquement les actions dans les barres 0-1, 1-2, 0-9, 9-10, 1-9, 2-9 en isolant successivement 3 nœuds opportuns.

Le candidat pourra travailler s'il le souhaite sur le document réponse R2 et renseignera le tableau des résultats.

- Rechercher analytiquement les actions dans les barres 3-4, 11-12, 4-11.

Indiquer toute cote utile sur le schéma de la structure (document réponse R2). Renseigner le tableau des résultats.

Document réponse R1

Repère de l'épreuve:

Poutre en équilibre:

(Echelle des forces à préciser par le candidat)

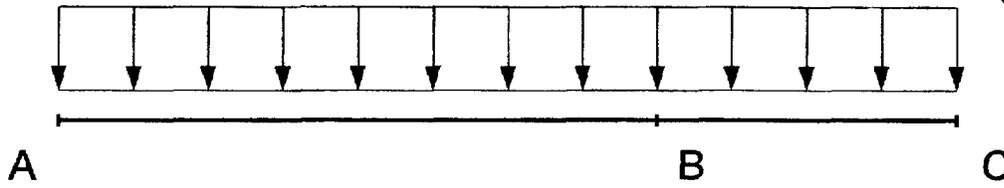


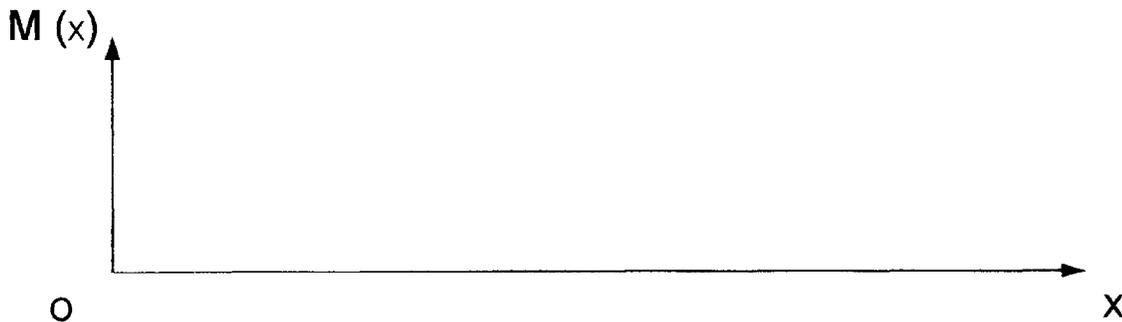
Diagramme de $V(x)$:

(Echelle: 1 cm pour 10 kN)



Diagramme de $M(x)$:

(Echelle: 1 cm pour 10 m.kN)



Allure de la déformée:

(Echelle au choix)



Document réponse R2

Schéma de la ferme en équilibre:

$F = 10 \text{ kN}$

$\alpha = 20^\circ$

$\text{tg } \alpha \approx 0,36$

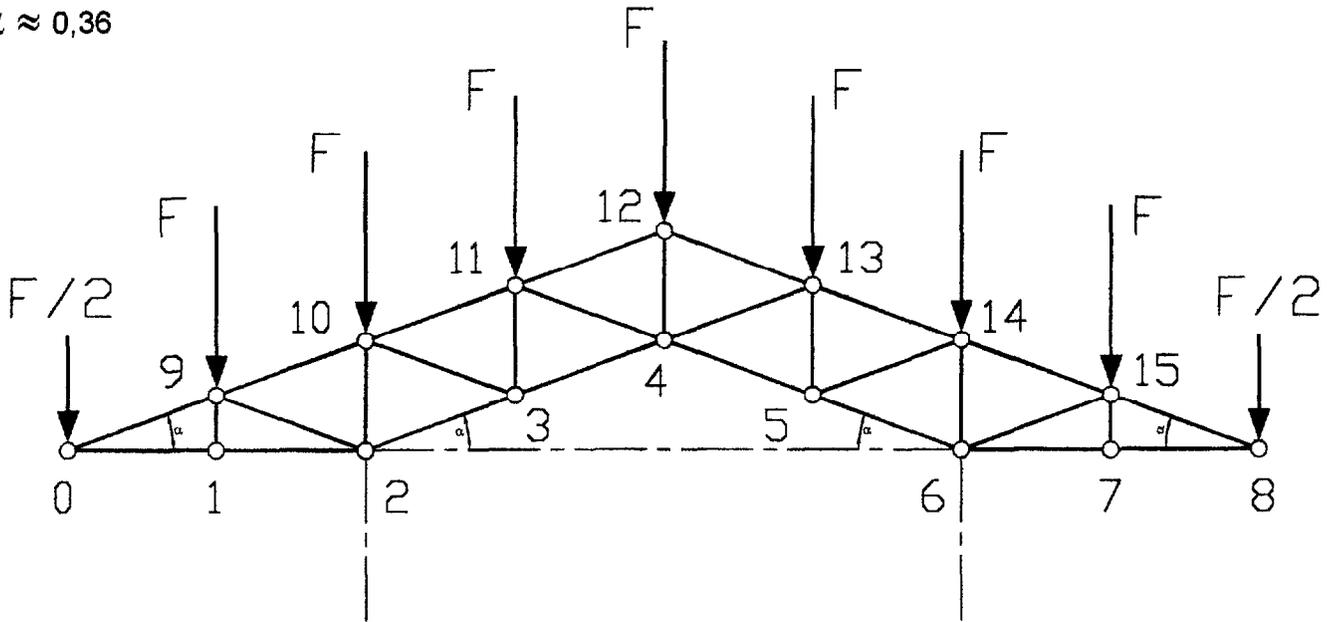


Tableau des résultats:

(A compléter en valeurs numériques ou littérales)

Barre	Traction	Compression
0 - 1		
1 - 2		
0 - 9		
9 - 10		
1 - 9		

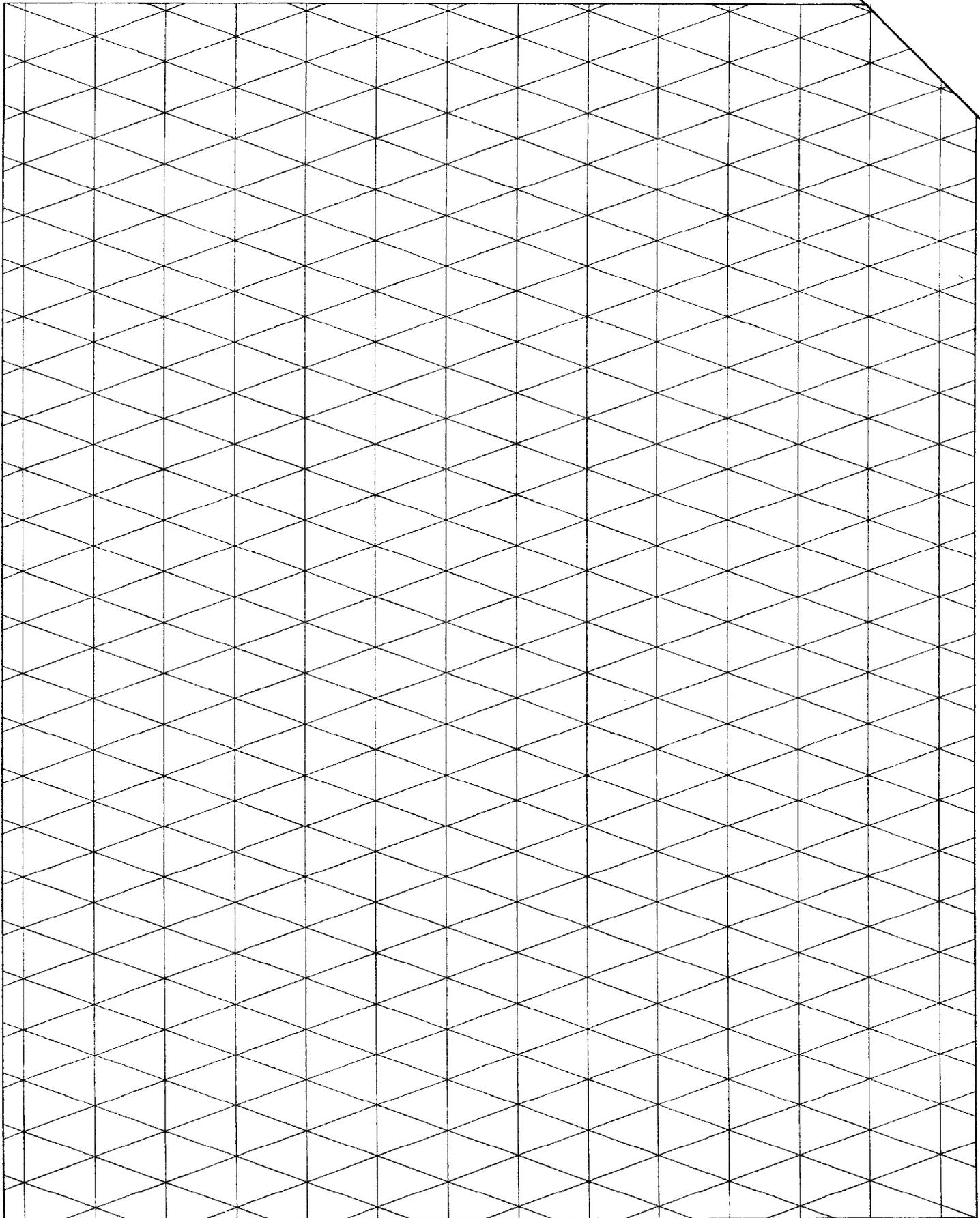
Barre	Traction	Compression
2 - 9		
3 - 4		
11 - 12		
4 - 11		

NOM:

Repère de l'épreuve:

Constructions Graphiques:

(Préciser l'échelle des forces:)



Intégrales de MOHR : $\frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} f(x)g(x)dx$

à multiplier par $\frac{\ell}{EI}$ pour M_e , $\frac{\ell}{EA}$ pour N , $\frac{\ell}{GA_r}$ pour V ou $\frac{\ell}{GJ}$ pour M_t

avec : ℓ = longueur du tronçon d'intégration
 $\alpha = a/\ell$ et $\beta = b/\ell$

$g(x) \backslash f(x)$						
	fg	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{2}(f_1 + f_2)g$	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{2}fg$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{6}fg$	$\frac{1}{6}(f_1 + 2f_2)g$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{6}fg(1 + \alpha)$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{6}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{6}(2f_1 + f_2)g$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{6}fg(1 + \beta)$
	$\frac{1}{2}f(g_1 + g_2)$	$\frac{1}{6}f(g_1 + 2g_2)$	$\frac{1}{6}f(2g_1 + g_2)$	$\frac{1}{6}(2f_1g_1 + 2f_2g_2 + f_1g_2 + f_2g_1)$	$\frac{1}{4}f(g_1 + g_2)$	$\frac{1}{6}f[g_1(1 + \beta) + g_2(1 + \alpha)]$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{4}(f_1 + f_2)g$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{12}fg(3 - 4\alpha^2)\beta$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{6}fg(1 + \alpha)$	$\frac{1}{6}fg(1 + \beta)$	$\frac{1}{6}[f_1(1 + \beta) + f_2(1 + \alpha)]g$	$\frac{1}{12}fg(3 - 4\alpha^2)\beta$	$\frac{1}{3}fg$
	$\frac{2}{3}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{3}(f_1 + f_2)g$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{3}fg(1 + \alpha\beta)$
	$\frac{2}{3}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{12}(5f_1 + 3f_2)g$	$\frac{17}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(5 - \alpha - \alpha^2)$
	$\frac{2}{3}fg$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{12}(3f_1 + 5f_2)g$	$\frac{17}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(5 - \beta - \beta^2)$
	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{12}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{12}(3f_1 + f_2)g$	$\frac{7}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(1 + \beta + \beta^2)$
	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{12}(f_1 + 3f_2)g$	$\frac{7}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(1 + \alpha + \alpha^2)$
	$\frac{1}{6}f(3g_1 + 3g_2 + 4g_0)$	$\frac{1}{6}f(g_1 + 2g_2 + 2g_0)$	$\frac{1}{6}f(2g_1 + g_2 + 2g_0)$	$\frac{f_1}{6}(2g_1 + g_2 + 2g_0) + \frac{f_2}{6}(g_1 + 2g_2 + 2g_0)$	$\frac{1}{4}f(g_1 + g_2 + \frac{5}{3}g_0)$	$\frac{1}{6}f[g_1(1 + \beta) + g_2(1 + \alpha) + 2g_0(1 + \alpha\beta)]$

Nota : f, f_1, f_2, g, g_0, g_1 et g_2 sont à prendre en valeur algébrique.

FORMULAIRE

Flexion

Cas Schéma mécanique	Actions aux liaisons		Cas Schéma mécanique	Actions aux liaisons	
	En A	En B		En A	En B
	$Y_A = \frac{11F}{16}$ $\overline{M}_{AB} = \frac{3Fl}{16}$	$Y_B = \frac{5F}{16}$		$Y_A = \frac{F}{2}$ $M_{AB}^e = \frac{Fl}{8}$	$Y_B = \frac{F}{2}$ $M_{BA}^e = -\frac{Fl}{8}$
	$Y_A = \frac{5ql}{8}$ $\overline{M}_{AB} = \frac{ql^2}{8}$	$Y_B = \frac{3ql}{8}$		$Y_A = \frac{ql}{2}$ $M_{AB}^e = \frac{ql^2}{12}$	$Y_B = \frac{ql}{2}$ $M_{BA}^e = -\frac{ql^2}{12}$
	$Y_A = -\frac{3C}{2l}$ $\overline{M}_{AB} = \frac{C}{2}$	$Y_B = \frac{3C}{2l}$		$Y_A = 0$ $M_{AB}^e = -C$	$Y_B = 0$ $M_{BA}^e = 0$

Equations intrinsèques

$\begin{cases} M_{AB} = 2\frac{EI}{l}(2\omega_A + \omega_B) + M_{AB}^e \\ M_{BA} = 2\frac{EI}{l}(\omega_A + 2\omega_B) + M_{BA}^e \end{cases}$	$\begin{cases} M_{AB} = 3\frac{EI}{l}(\omega_A) + \overline{M}_{AB} \\ M_{BA} = 0 \end{cases}$

Dossier Technique

Le dossier technique d'étude est commun aux épreuves E4 - E5

Composition du dossier :

Présentation : Page 1/4.
Documentation : Page 1/4 à 4/4.

Dossier Technique

Le dossier technique d'étude est commun aux épreuves E4 - E5

Composition du dossier :

Présentation : Page 1/4.
Documentation : Page 1/4 à 4/4.

Présentation :

L'étude porte sur un auvent de station service destiné à la distribution de carburant.

Documentation :

- **Situation géographique**

MARSEILLE (Bouches du Rhône). Altitude : 85 m.
Site exposé situé en zone industrielle, (classe de rugosité IV, terrain plat, coefficient de topographie $C_t = 1$).
Pas d'effet de masque.

- **Descriptif de l'auvent**

Il est constitué de 4 travées intermédiaires et de 2 demi-travées d'extrémités en porte à faux.
L'emprise au sol est de 8.4 m par 34.55 m hors tout ; hauteur au faîtage 5.8 m.
On admettra que tous les profils creux utilisés sont en acier de nuance S 235 JRH et qu'ils relèvent de la courbe b de flambement. (Add 80 ou EC3).
Pour les Eurocodes les sections sont de classe 1 ou 2

Voir dessins

- Aspect architectural et élévation de l'auvent (page 2/4)
- Dimensions d'ensemble sur vue en plan de la 1/2 structure (page 3/4)
- Vue en élévation d'un portique (page 4/4)

Couverture : toiture à 2 versants, à plans symétriques ; angle 20°.
Constituée par des tuiles de type Romanes posées sur lattis en tube carré 30×30×2 .
Charge surfacique : **0.5 kN/m²** (tuiles + lattis + chevrons)

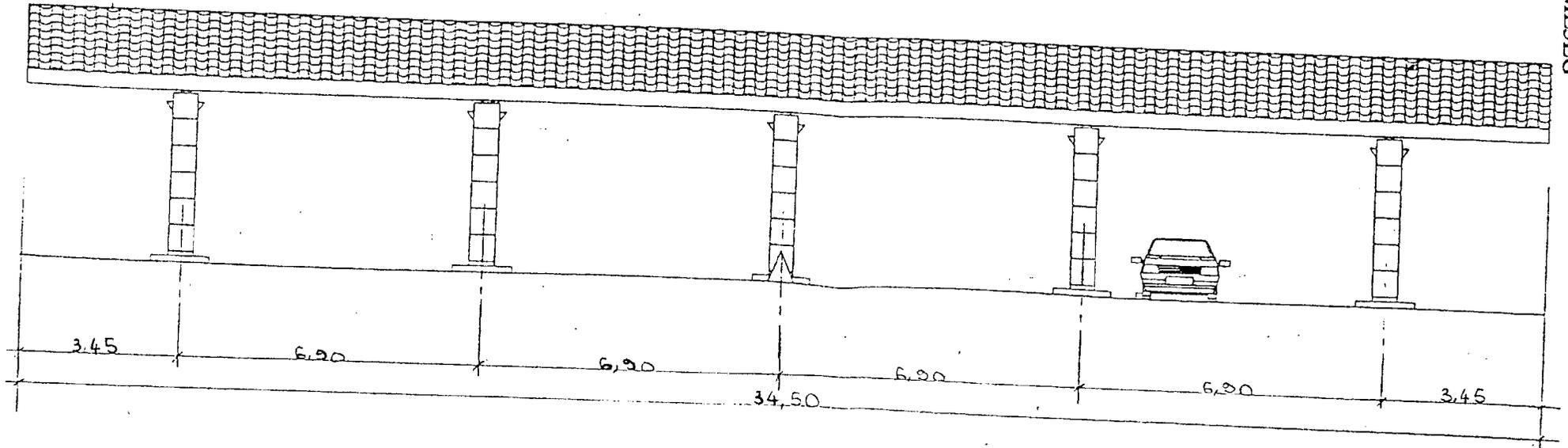
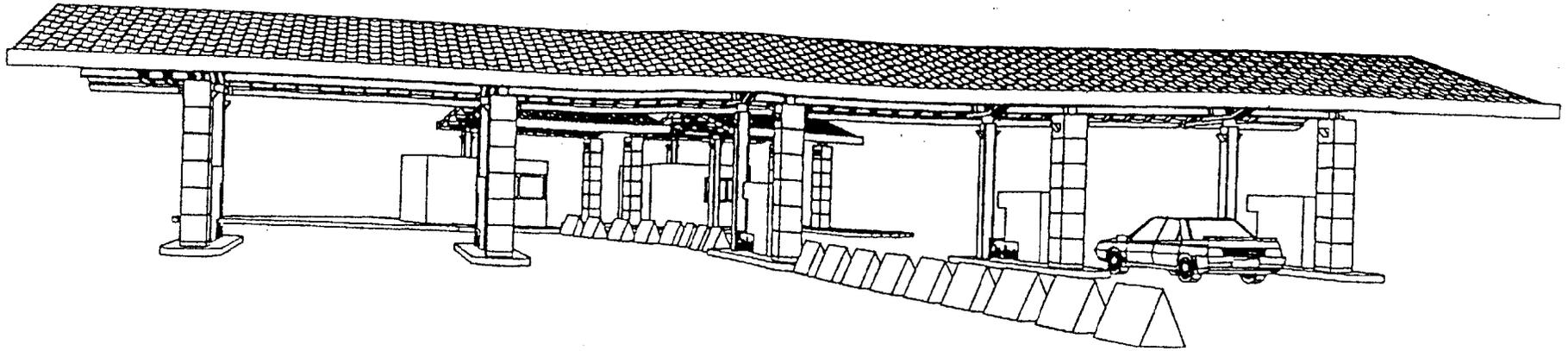
Ossature Principale :

Elle est constituée de 5 portiques identiques en profils tubulaires.
Voir vue en élévation d'un portique, page 4/4.

Pannes : tube 180×80×5, masse linéique **19.5 kg/m**

Stabilité : bracons $\varnothing 48,3 \times 2,9$ et contreventements $\varnothing 76,1 \times 2,9$ Voir vue en élévation et en plan.

Fondation : pieds de poteaux encastés dans les deux plans.

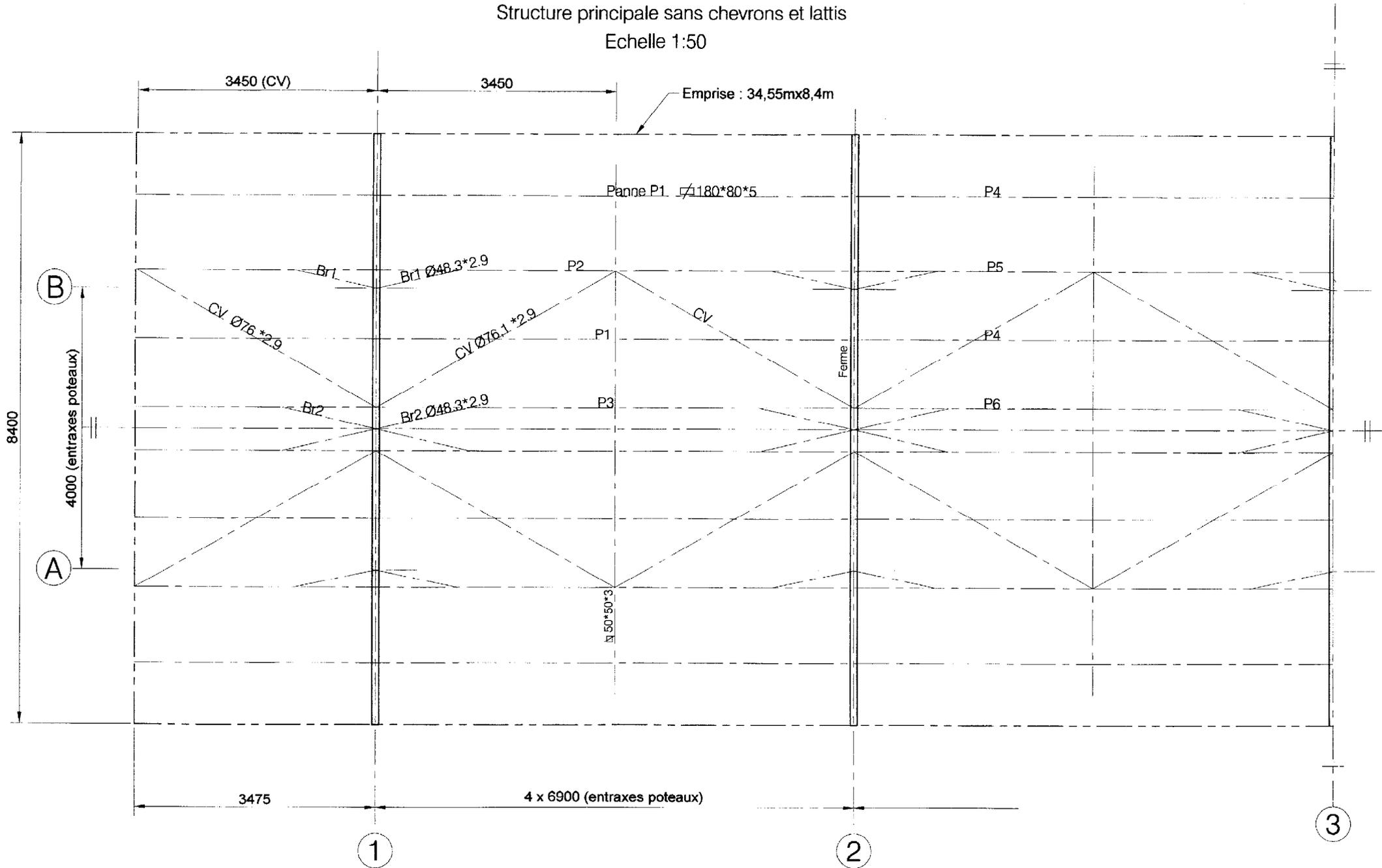


ELEVATIONS POMPES

Vue en plan 1/2 Auvent

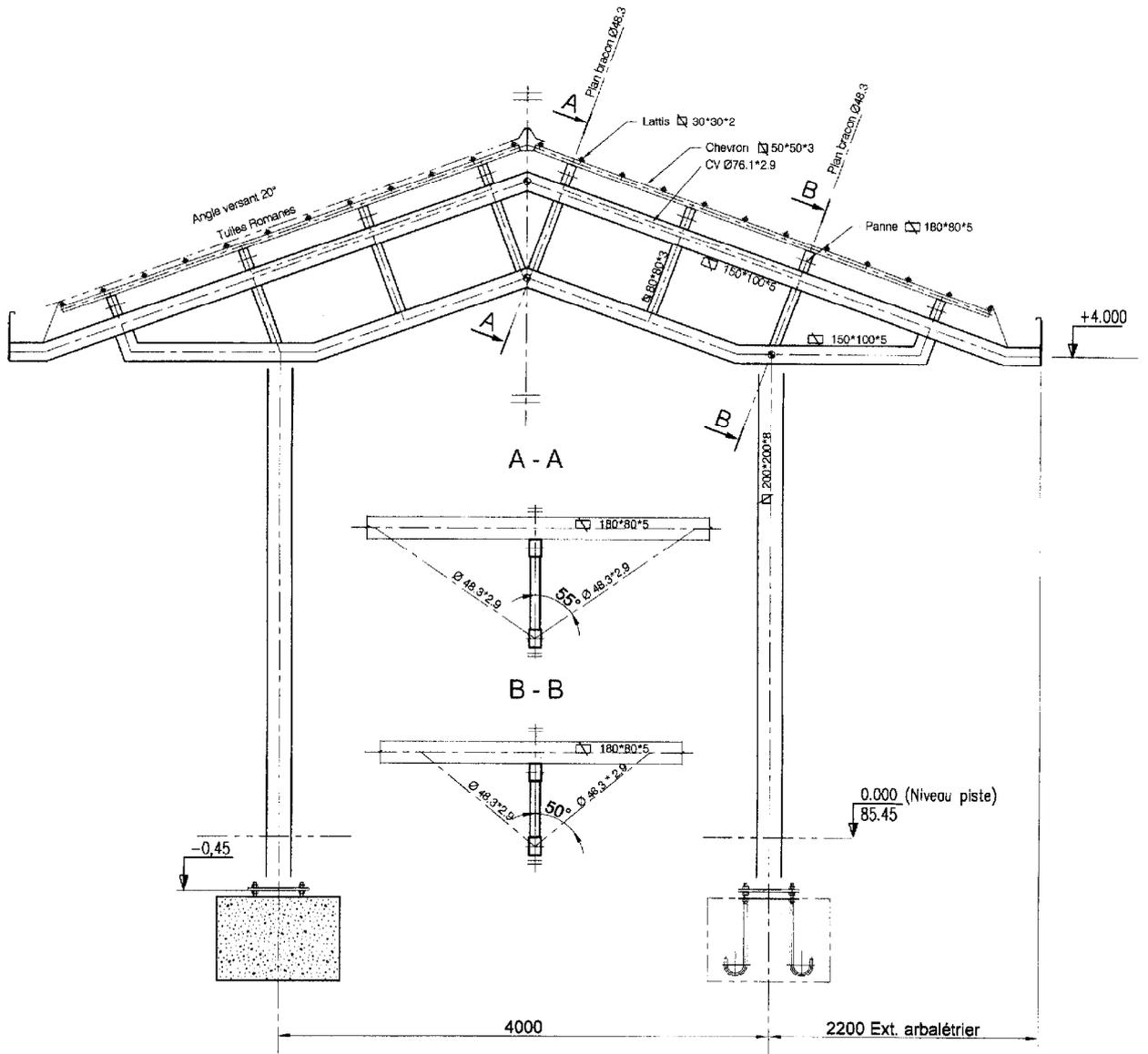
Structure principale sans chevrons et lattis

Echelle 1:50



Élévation portique

Echelle 1:40



Cotation points d'épure des axes

