

## **E4 : ANALYSE ET CALCUL DES STRUCTURES**

**Coefficient : 6**

**Sous-épreuve : MÉCANIQUE**

**(unité U 41)**

**Durée : 4 heures**

**Coefficient : 3**

***Le dossier technique d'étude est commun aux épreuves E4 et E5***

### **DOCUMENTS AUTORISÉS**

- Catalogues de profilés
- Règlements CM 66 ; NV 65 ; N84 ; Add 80 ; NF de CM  
NFP 22-430 / NF P 22-460 / NFP 22-470
- Extraits des documents désignés ci-dessus
- Tableau des intégrales de Mohr

### **CONTENU DU DOSSIER**

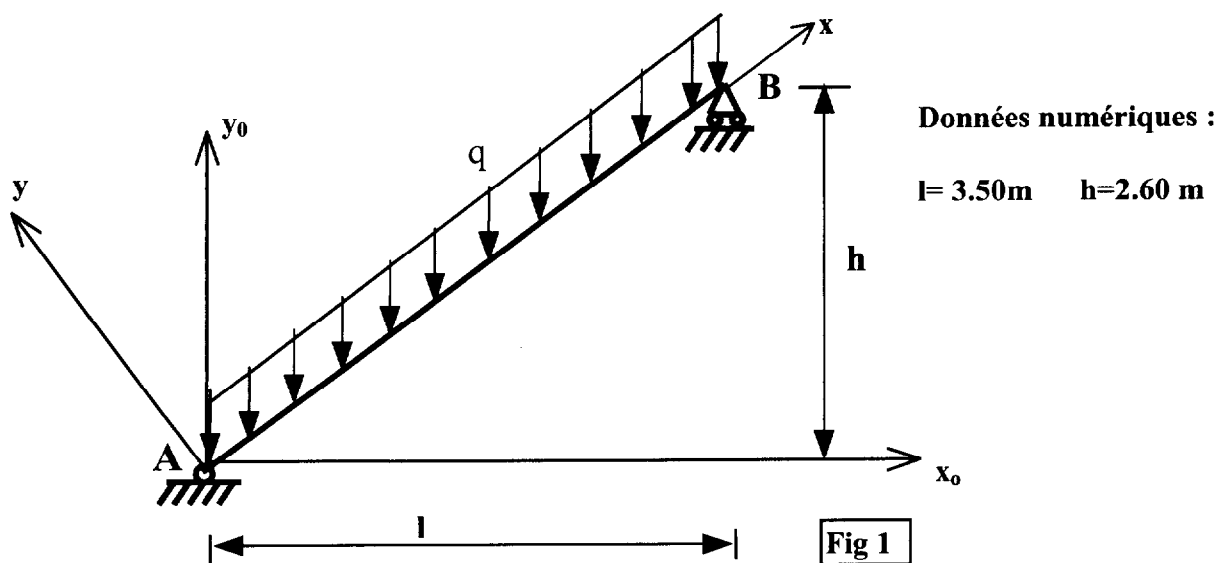
- Dossier technique d'étude : 5 pages
- Sujet : 7 pages

**Remarque :** les parties peuvent être traitées séparément.

## 1) ETUDE D'UN ESCALIER

L'étude porte sur un escalier destiné à la communication entre RDC et plancher supérieur, situé entre les files C et D. Le schéma mécanique retenu tient compte des conditions aux limites imposées par la conception technologique : la poutre est articulée à sa base en A et repose sur un appui simple vertical au point B. (voir figure 1)

La poutre est uniformément chargée par une charge  $q$  verticale.



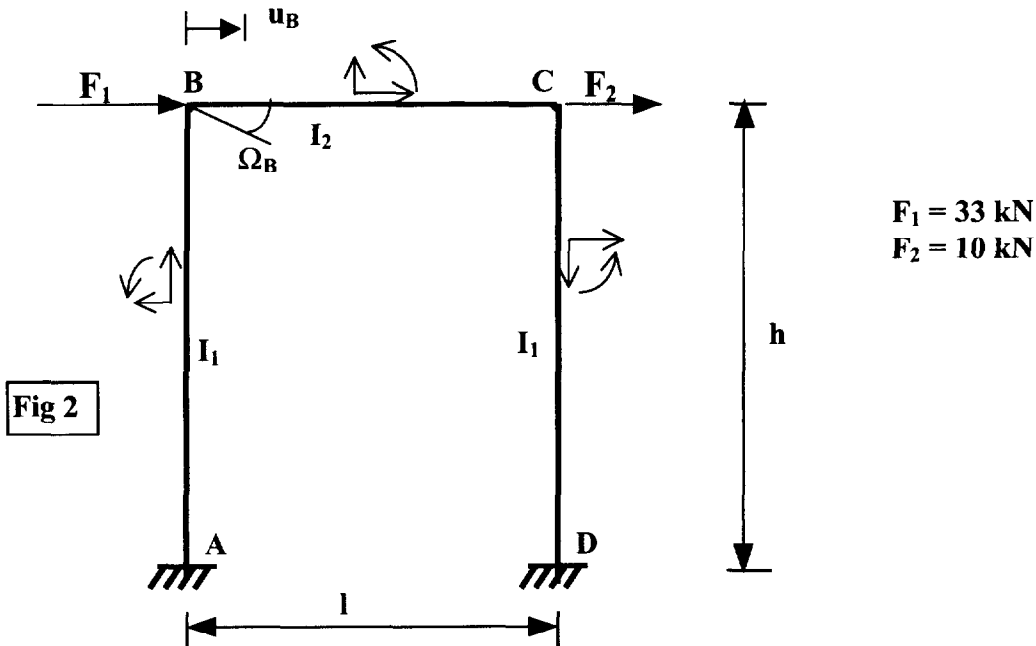
### Travail demandé :

- 1.1) Déterminer l'expression littérale des réactions d'appuis en fonction de  $q$  dans le repère global (A,  $x_0$ ,  $y_0$ )
- 1.2) **Etude des sollicitations :  $q = 2,6\text{ kN/m}$**   
Déterminer les diagrammes d'Efforts Normaux  $N(x)$ , d'Efforts Tranchants  $V(x)$  et de Moments Fléchissants  $M(x)$  dans le repère local de la poutre (A,  $x, y$ ).
- 1.3) **Calcul de flèche :  $q = 1,8\text{ kN/m}$**   
Déterminer la flèche maximale de la poutre suivant  $y$ .

## 2) ETUDE DU CONTREVENTEMENT PAR PORTIQUE

La mise en place de fenêtres dans les trois travées AB, BC et CD du 1<sup>er</sup> niveau impose un contreventement par portique encastré en pied situé dans la 2<sup>ème</sup> travée.

Le schéma mécanique peut alors se résumer à une force ponctuelle  $F_1$  due au vent en surpression, associée à une force ponctuelle  $F_2$  due au vent en dépression. (**figure 2**)



### Travail demandé :

- 2.1)** Donner le nombre de degrés de liberté de la structure .  
 Justifier l'hypothèse que  $\Omega_B = \Omega_C$ .  
 On conservera pour la suite les 2 inconnues cinématiques  $\Omega_B$  et  $u_B$ .
- 2.2)** Ecrire les équations de rigidité élémentaires de toutes les barres :  $M_{AB}$  ,  $M_{BA}$  ,  $M_{BC}$  ,  $M_{CB}$  ,  $M_{CD}$  ,  $M_{DC}$ .

### Equations intrinsèques pour une barre i-j

Les moments (action aux nœuds sur la barre) dans le repère local d'une barre i-j, de longueur L, de moment quadratique I et supposée bi-encastée sont :

|                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $M_{ij} = \frac{4EI}{L} \omega_i + \frac{2EI}{L} \omega_j + \frac{6EI}{L} (v_i - v_j) + M_{ij}^0$ $M_{ji} = \frac{2EI}{L} \omega_i + \frac{4EI}{L} \omega_j - \frac{6EI}{L} (v_j - v_i) + M_{ji}^0$ | <p><math>\omega_i</math> et <math>\omega_j</math> sont les rotations des nœuds i et j</p> <p><math>v_i</math> et <math>v_j</math> sont les déplacements verticaux des nœuds i et j</p> <p><math>M_{ij}^0</math> et <math>M_{ji}^0</math> sont les moments dus aux chargements extérieurs.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Dans le tableau des équations intrinsèques, **par convention**, les moments, les rotations et les déplacements verticaux sont donnés positifs dans les formules par rapport au repère local de la barre i-j

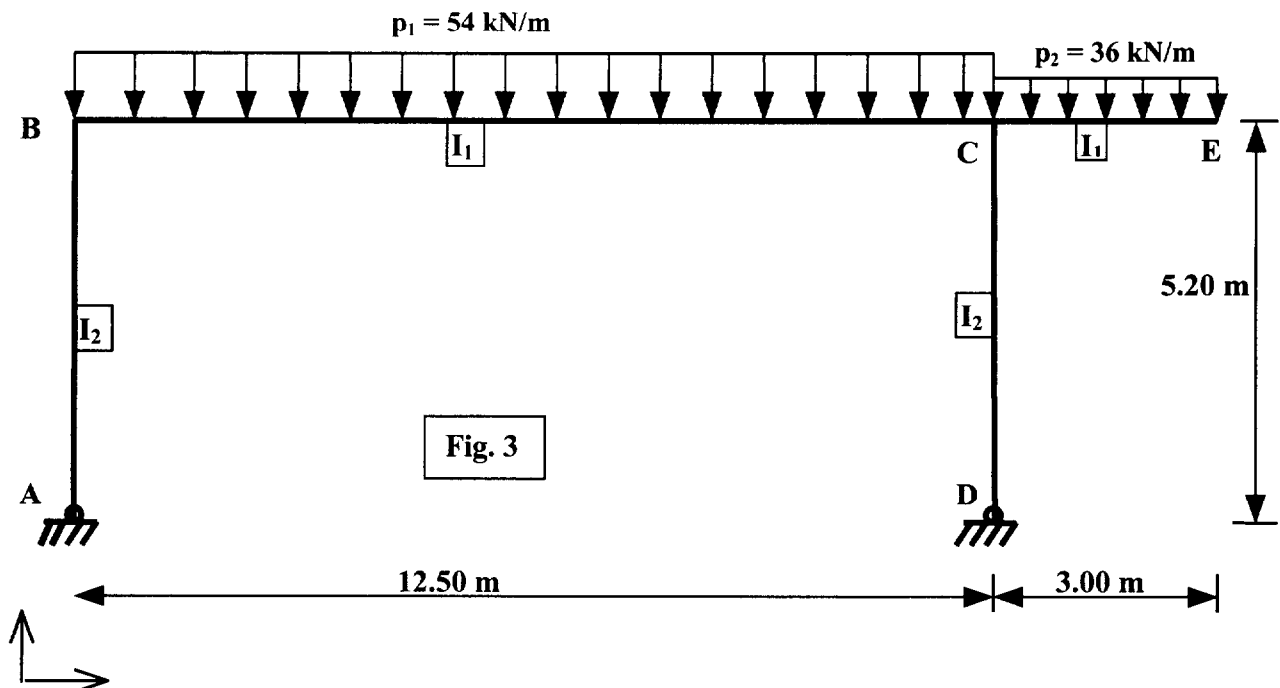
- 2.3) Ecrire l'équation d'équilibre du nœud B relative à  $\Omega_B$ .  
Ecrire l'équation d'équilibre relative à  $u_B$ .
- 2.4) Déduire des 2 équations d'équilibre de la question 2.3), le système d'équations en  $\Omega_B$  et  $u_B$  de la structure.  
Résoudre alors ce système.  
**Données numériques :**  $l = 5 \text{ m}$      $h = 5.80 \text{ m}$      $F_1 = 33 \text{ kN}$      $F_2 = 10 \text{ kN}$   
**Montants AB, CD : HEA 340 suivant l'inertie forte**  
**Traverse BC : IPE 360 suivant l'inertie forte**
- 2.5) On prendra pour la suite du problème :  $\Omega_B = -0.001222 \text{ rad}$      $u_B = 9.55 \text{ mm}$   
**Le sens positif en rotation est le sens trigonométrique.**  
En déduire les réactions d'appuis et tracer le diagramme des moments fléchissants dans la structure.

### 3) INFLUENCE DU PLANCHER SUR LE PORTIQUE DU RDC

On se propose d'étudier le portique de la file 2 du RDC sous l'action du poids propre du plancher et de la surcharge sur ce plancher.

Le modèle mécanique retenu est donné à la **figure 3**.

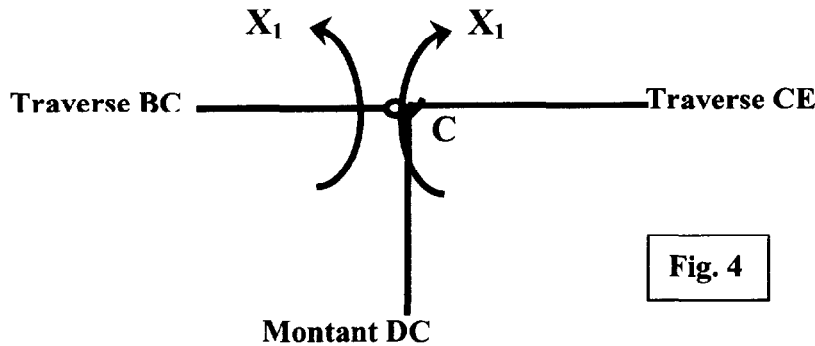
On suppose que les montants ont même moment d'inertie  $I_2$  (IPE 360) et les traverses ont même moment d'inertie  $I_1$  (IPE 500).



**Travail demandé :**

On veut calculer les réactions d'appuis par la méthode des forces (ou des coupures). On impose comme système isostatique, le même système qu'en figure 3, en remplaçant la liaison rigide en C par l'articulation donnée sur la figure 4.

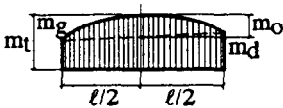
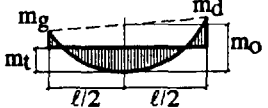
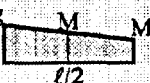
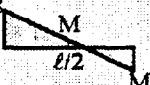
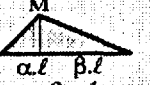
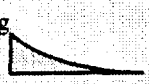
L'inconnue hyperstatique sera alors le moment dans la traverse au point C :  $M_C$ , notée  $X_1$  (voir fig 4)



On retient donc l'inconnue hyperstatique  $X_1$  (moment en C dans la traverse BC).

- 3.1) Déterminer le degré d'hyperstaticité de la structure.
- 3.2) Effectuer le schéma de la structure isostatique associée ( $S_0$ ) avec le chargement extérieur.  
Tracer alors le diagramme des moments fléchissants de cette structure isostatique associée.
- 3.3) Tracer le diagramme des moments fléchissants de la structure  $S_1$  (**Système auxiliaire**) chargée par un moment unitaire  $X_1 = 1$ .
- 3.4) En négligeant les déformations d'efforts tranchants et d'efforts normaux, calculer l'inconnue hyperstatique à l'aide des tableaux d'intégrales de Mohr données en **annexes 1 et 2**.  
En déduire la valeur des réactions d'appuis.
- 3.5) Tracer les diagrammes de moments fléchissants, efforts tranchants et efforts normaux pour le chargement étudié.

| INTÉGRALES<br>DE MOHR |                    |                                                 |                                                 |                        |                        |                                       |                              |                                |                                |                              |                         |
|-----------------------|--------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------------|
|                       | $Mm$               | $1/2 M(m_g + m_d)$                              | $1/2 M(m_g + m_d)$                              | $1/2 Mm_g$             | $1/2 Mm_d$             | $1/2 Mm$                              | $1/3 Mm_g$                   | $1/3 Mm_d$                     | $2/3 Mm_g$                     | $2/3 Mm_d$                   | $2/3 Mm$                |
|                       | $1/2 m(M_g + M_d)$ | $1/6 (2M_g m_g + M_g m_d + M_d m_g + 2M_d m_d)$ | $1/6 (2M_g m_g + M_g m_d + M_d m_g + 2M_d m_d)$ | $1/6 m_g (2M_g + M_d)$ | $1/6 m_d (M_g + 2M_d)$ | $1/6 m[M_g(1+\beta) + M_d(1+\alpha)]$ | $1/12 m_g (3M_g + M_d)$      | $1/12 m_d (3M_d + M_g)$        | $1/12 m_g (5M_g + 3M_d)$       | $1/12 m_d (3M_g + 5M_d)$     | $1/3 m(M_g + M_d)$      |
|                       | $1/2 m(M_g + M_d)$ | $1/6 (2M_g m_g + M_g m_d + M_d m_g + 2M_d m_d)$ | $1/6 (2M_g m_g + M_g m_d + M_d m_g + 2M_d m_d)$ | $1/6 m_g (2M_g + M_d)$ | $1/6 m_d (M_g + 2M_d)$ | $1/6 m[M_g(1+\beta) + M_d(1+\alpha)]$ | $1/12 m_g (3M_g + M_d)$      | $1/12 m_d (3M_d + M_g)$        | $1/12 m_g (5M_g + 3M_d)$       | $1/12 m_d (3M_g + 5M_d)$     | $1/3 m(M_g + M_d)$      |
|                       | $1/2 M_g m$        | $1/6 M_g (2m_g + m_d)$                          | $1/6 M_g (2m_g + m_d)$                          | $1/3 M_g m_g$          | $1/6 M_g m_d$          | $1/6 M_g m(1+\beta)$                  | $1/4 M_g m_g$                | $1/12 M_g m_d$                 | $5/12 M_g m_g$                 | $1/4 M_g m_d$                | $1/3 M_g m$             |
|                       | $1/2 M_d m$        | $1/6 M_d (m_g + 2m_d)$                          | $1/6 M_d (m_g + 2m_d)$                          | $1/6 M_d m_g$          | $1/3 M_d m_d$          | $1/6 M_d m(1+\alpha)$                 | $1/12 M_d m_g$               | $1/4 M_d m_d$                  | $1/4 M_d m_g$                  | $5/12 M_d m_d$               | $1/3 M_d m$             |
|                       | $1/2 Mm$           | $1/6 M[m_g(1+\beta) + m_d(1+\alpha)]$           | $1/6 M[m_g(1+\beta) + m_d(1+\alpha)]$           | $1/6 Mm_g(1+\beta)$    | $1/6 Mm_d(1+\alpha)$   | $1/3 Mm$                              | $1/12 Mm_g(1+\beta+\beta^2)$ | $1/12 Mm_d(1+\alpha+\alpha^2)$ | $1/12 Mm_g(5-\alpha-\alpha^2)$ | $1/12 Mm_d(5-\beta-\beta^2)$ | $1/3 Mm(1+\alpha\beta)$ |
|                       | $1/3 M_g m$        | $1/12 M_g (3m_g + m_d)$                         | $1/12 M_g (3m_g + m_d)$                         | $1/4 M_g m_g$          | $1/12 M_g m_d$         | $1/12 M_g m(1+\beta+\beta^2)$         | $1/5 M_g m_g$                | $1/30 M_g m_d$                 | $3/10 M_g m_g$                 | $2/15 M_g m_d$               | $1/5 M_g m$             |
|                       | $1/3 M_d m$        | $1/12 M_d (m_g + 3m_d)$                         | $1/12 M_d (m_g + 3m_d)$                         | $1/12 M_d m_g$         | $1/4 M_d m_d$          | $1/12 M_d m(1+\alpha+\alpha^2)$       | $1/30 M_d m_g$               | $1/5 M_d m_d$                  | $2/15 M_d m_g$                 | $3/10 M_d m_d$               | $1/5 M_d m$             |
|                       | $2/3 M_g m$        | $1/12 M_g (5m_g + 3m_d)$                        | $1/12 M_g (5m_g + 3m_d)$                        | $5/12 M_g m_g$         | $1/4 M_g m_d$          | $1/12 M_g m(5-\alpha-\alpha^2)$       | $3/10 M_g m_g$               | $2/15 M_g m_d$                 | $8/15 M_g m_g$                 | $11/30 M_g m_d$              | $7/15 M_g m$            |
|                       | $2/3 M_d m$        | $1/12 M_d (3m_g + 5m_d)$                        | $1/12 M_d (3m_g + 5m_d)$                        | $1/4 M_d m_g$          | $5/12 M_d m_d$         | $1/12 M_d m(5-\beta-\beta^2)$         | $2/15 M_d m_g$               | $3/10 M_d m_d$                 | $11/30 M_d m_g$                | $8/15 M_d m_d$               | $7/15 M_d m$            |
|                       | $2/3 Mm$           | $1/3 M(m_g + m_d)$                              | $1/3 M(m_g + m_d)$                              | $1/3 Mm_g$             | $1/3 Mm_d$             | $1/3 Mm(1+\alpha\beta)$               | $1/5 Mm_g$                   | $1/5 Mm_d$                     | $7/15 Mm_g$                    | $7/15 Mm_d$                  | $8/15 Mm$               |

| <b>INTÉGRALES<br/>DE MOHR</b><br><br><small>résultat x <math>\ell/EI</math></small> | $\frac{1}{\ell} \int M^2 \cdot dx$            |   |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | $M^2$                                         | $\frac{1}{6} M(m_g + 4m_t + m_d)$                                                                                                                                      |
|    | $\frac{1}{3} (M_g^2 + M_g \cdot M_d + M_d^2)$ | $\frac{1}{6} (M_g \cdot m_g + 4M \cdot m_t + M_d \cdot m_d)$                                                                                                           |
|    | $\frac{1}{3} (M_g^2 + M_g \cdot M_d + M_d^2)$ | $\frac{1}{6} (M_g \cdot m_g + 4M \cdot m_t + M_d \cdot m_d)$                                                                                                           |
|   | $\frac{1}{3} M_g^2$                           | $\frac{1}{6} M_g(m_g + 2m_t)$                                                                                                                                          |
|  | $\frac{1}{3} M_d^2$                           | $\frac{1}{6} M_d(2m_t + m_d)$                                                                                                                                          |
|  | $\frac{1}{3} M^2$                             | Dans le cas particulier:  $\frac{1}{24} M(m_g + 10m_t + m_d)$                      |
|  | $\frac{1}{5} M_g^2$                           | $\frac{1}{60} M_g[5(3m_g + m_d) + 12m_o]$                                                                                                                              |
|  | $\frac{1}{5} M_d^2$                           | $\frac{1}{60} M_d[5(m_g + 3m_d) + 12m_o]$                                                                                                                              |
|  | $\frac{8}{15} M_g^2$                          | $\frac{1}{60} M_g[5(5m_g + 3m_d) + 28m_o]$<br>ou<br>$\frac{1}{60} M_g(11m_g + m_d + 28m_t)$                                                                            |
|  | $\frac{8}{15} M_d^2$                          | $\frac{1}{60} M_d[5(3m_g + 5m_d) + 28m_o]$<br>ou<br>$\frac{1}{60} M_d(m_g + 11m_d + 28m_t)$                                                                            |
|  | $\frac{8}{15} M^2$                            | $\frac{1}{15} M[5(m_g + m_d) + 8m_o]$                                                                                                                                  |